

1-ejer.2ªev.T

1)

Estudia la posición relativa del plano y de la recta:

$$\pi: 2x - y + 3z = 8 \quad r: \begin{cases} x = 2 + 3\lambda \\ y = -1 + 3\lambda \\ z = -\lambda \end{cases}$$

Sol:

La recta y el plano son paralelos, pues no tienen ningún punto en común.

2)

Estudia la posición relativa de estos planos según los valores de a :

$$\begin{cases} \alpha: x - y = a \\ \beta: 3x - z = a + 5 \\ \gamma: 5x + y + az = 6 \end{cases}$$

Sol:

- Si $a \neq -2 \rightarrow \text{ran}(A) = \text{ran}(A') = 3 \rightarrow$ el sistema es compatible determinado.

Los planos se cortan en un punto.

- Si $a = -2$:

Los planos no son paralelos, se cortan dos a dos.

3)

Dadas las rectas:

$$r: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = z \quad s: \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{2} = z$$

Estudia su posición relativa y obtén, si es posible, un plano paralelo a s que contenga a r .

Sol:

r y s se cruzan. $\pi: x + y - 5z - 3 = 0$

4)

Estudia la posición relativa de las siguientes rectas según los valores de m :

$$r: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{m} = \frac{z-4}{-1} \quad s: \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = -2 - 2\lambda \\ z = -2\lambda \end{cases}$$

Sol:

- Si $m = -1 \rightarrow \rightarrow r // s$
- Si $m \neq -1$ las rectas se cruzan.

5)

a) Estudia la posición relativa de la recta $r: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = -2 \end{cases}$ y el plano $\pi: ax + 3y - z = 0$ según los valores de a .

b) Halla el punto de corte de r y π en el caso $a = 1$.

Sol:

a)

$$\bullet \text{ Si } a = -\frac{3}{2} \rightarrow r // \pi \quad \bullet \text{ Si } a \neq -\frac{3}{2}, \text{ se cortan.}$$

b)

$$P = \left(\frac{7}{5}, -\frac{3}{5}, -\frac{2}{5} \right) = r \cap \pi$$

6)

Obtén el valor de a para el cual las rectas r y s se cortan:

$$r: x = y = z - a \quad s: \frac{2x-1}{3} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-2}{0}$$

Calcula el punto de corte de r y s para el valor de a que has calculado.

Sol:

$$a = 3 \quad (-1, -1, 2).$$

7)

Problema 1.3.3 (3 puntos) Dado el plano $\pi: x + y + z = 1$, la recta $r: (x, y, z) = (1, 0, 0) + \lambda(0, 1, 1)$, y el punto $P(1, 1, 0)$, se pide:

- (1 punto) Hallar la ecuación de la recta s que sea perpendicular a r y pase por P .
- (1 punto) Hallar el punto P' , simétrico de P respecto de r .
- (1 punto) Hallar el punto P'' , simétrico de P respecto de π .

Sol:

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + 1/2t \\ z = -1/2t \end{cases} \quad (1, 0, 1) \quad \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{2}{3} \right)$$

8)

Se consideran el plano π y la recta r siguientes:

$$\pi: x + y - 2z = 6; \quad r: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$$

Se pide:

- (1,5 punto) Hallar el punto simétrico de $M(1, 1, 1)$ respecto del plano π .
- (1,5 punto) Hallar el punto simétrico de $M(1, 1, 1)$ respecto de la recta r .

Sol:

$$(3, 3, -3) \quad \left(\frac{9}{7}, -\frac{4}{7}, -\frac{22}{7} \right)$$