EMESTRADA
EXÁMENES DE
SELECTIVIDAD

PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2021

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 4: FUNCIONES

- Junio, Ejercicio B3
- Junio, Ejercicio B4
- Reserva 1, Ejercicio B3
- Reserva 1, Ejercicio B4
- Reserva 2, Ejercicio B3
- Reserva 2, Ejercicio B4
- Reserva 3, Ejercicio B3
- Reserva 3, Ejercicio B4
- Reserva 4, Ejercicio B3
- Reserva 4, Ejercicio B4
- Julio, Ejercicio B3
- Julio, Ejercicio B4

Se considera la función $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$
a) Estudie su monotonía y calcule sus extremos.
b) Represente gráficamente la función.
c) Calcule $\int f(x)\,dx$
d) Calcule el área del recinto acotado limitado por la gráfica de *f* y el eje de abscisas.
SOCIALES II. 2021. JUNIO. EJERCICIO B3

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos la derivada y la igualamos a cero.

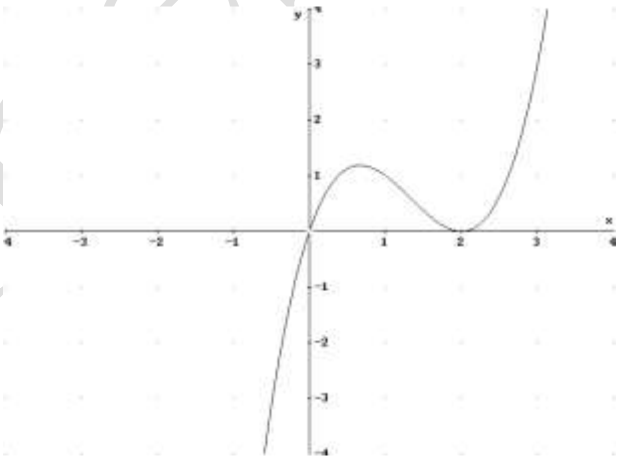
$$f'(x) = 3x^2 - 8x + 4 = 0 \Rightarrow x = 2 \ ; \ x = \frac{2}{3}$$

	$\left(-\infty, \frac{2}{3}\right)$	$\left(\frac{2}{3}, 2\right)$	$(2, +\infty)$
Signo $f'(x)$	$+$	$-+$	$+$
Función	C	D	C

La función es creciente en $\left(-\infty, \frac{2}{3}\right) \cup (2, +\infty)$ y decreciente en $\left(\frac{2}{3}, 2\right)$.

Tiene un máximo relativo en $\left(\frac{2}{3}, \frac{32}{27}\right)$ y un mínimo relativo en $(2, 0)$

b) Dibujamos la función



c) Calculamos la integral

$$\int (x^3 - 4x^2 + 4x)\,dx = \frac{x^4}{4} - 4\frac{x^3}{3} + 4\frac{x^2}{2} + C = \frac{x^4}{4} - \frac{4x^3}{3} + 2x^2 + C$$

d) Calculamos el área

$$\int_0^2 \left(x^3 - 4x^2 + 4x\right) dx = \left[\frac{x^4}{4} - \frac{4x^3}{3} + 2x^2\right]_0^2 = \left(\frac{16}{4} - \frac{32}{3} + 8\right) - (0) = \frac{4}{3}\,u^2$$

a) Calcule la derivada de las siguientes funciones:

$$f(x)=\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \qquad g(x)=x^3\cdot e^{2x^2}$$

b) Represente gráficamente la parábola $h(x)=x^2+x+1$, indicando el vértice y los puntos de corte con los ejes coordenados.

c) Calcule el área del recinto limitado por la gráfica de $h(x)=x^2+x+1$, el eje de abscisas y las recta $x=-\frac{1}{2}$ y $x=0$

SOCIALES II. 2021 JUNIO. EJERCICIO B4

R E S O L U C I Ó N

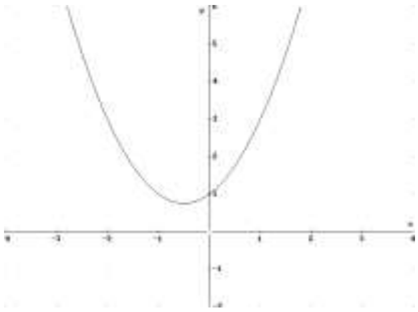
a) $$f'(x)=\frac{\frac{1\cdot(x+1)-1(x-1)}{(x+1)^2}}{\frac{x-1}{x+1}}=\frac{2}{(x+1)(x-1)}=\frac{2}{x^2-1}$$

$$g'(x)=3x^2\cdot e^{2x^2}+4x\cdot e^{2x^2}\cdot x^3=e^{2x^2}\cdot\left[3x^2+4x^4\right]$$

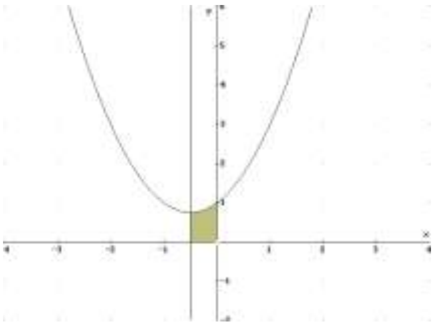
b) Corte eje X $\Rightarrow y=0\Rightarrow x^2+x+1=0\Rightarrow$ No tiene solución

Corte eje Y $\Rightarrow x=0\Rightarrow y=1\Rightarrow (0,1)$

x	$y=x^2+x+1$
$x_{\text{vértice}}=-\frac{b}{2a}=-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$
-1	1
0	1
-2	3
1	3



c) Calculamos el área que nos piden



$$\int_{-\frac{1}{2}}^{0}\left(x^2+x+1\right)dx=\left[\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+x\right]_{-\frac{1}{2}}^{0}=0-\left(\frac{-\frac{1}{8}}{3}+\frac{\frac{1}{4}}{2}-\frac{1}{2}\right)=\frac{5}{12}\,u^2$$

Se considera la función $f(x)=\begin{cases} ax+b & si \quad x<1 \\ x^2-bx+a & si \quad x\geq 1 \end{cases}$

a) Halle el valor de *b* para que *f* sea continua en $\mathbb{R}$**.**

b) Para $b=\frac{1}{2}$**, halle el valor de *a* para que *f* sea derivable en** $\mathbb{R}$**.**

c) Para $a<0$ **y** $b=\frac{1}{2}$**, estudie el crecimiento y halle las abscisas de los extremos de la función *f*.**

d) Para $a=0$ **y** $b=\frac{1}{2}$**, represente la región del plano delimitada por la gráfica de *f*, el eje de abscisas y las rectas** $x=0$ **y** $x=2$**. Calcule el área de dicha región.**

SOCIALES II. 2021 RESERVA 1. EJERCICIO B3

R E S O L U C I Ó N

a) Estudiamos la continuidad en $x=1$.

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 1^-} ax+b=a+b \\ \lim\limits_{x\to 1^+} x^2-bx+a=1-b+a \end{array}\right\} \Rightarrow a+b=1-b+a \Rightarrow 2b=1 \Rightarrow b=\frac{1}{2}$$

b) Estudiamos la derivabilidad en $x=1$. Calculamos la función derivada:

$$f'(x)=\begin{cases} a & si \quad x<1 \\ 2x-\frac{1}{2} & si \quad x>1 \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} f'(1^-)=a \\ f'(1^+)=2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow a=\frac{3}{2}$$

c) La función es: $f(x)=\begin{cases} ax+\frac{1}{2} & si \quad x\leq 1 \\ x^2-\frac{1}{2}x+a & si \quad x>1 \end{cases}$

Calculamos la primera derivada y la igualamos a cero: $f'(x)=\begin{cases} a & si \quad x<1 \\ 2x-\frac{1}{2} & si \quad x>1 \end{cases}$

Si $x<1 \Rightarrow f'(0)=a<0 \Rightarrow$ decreciente

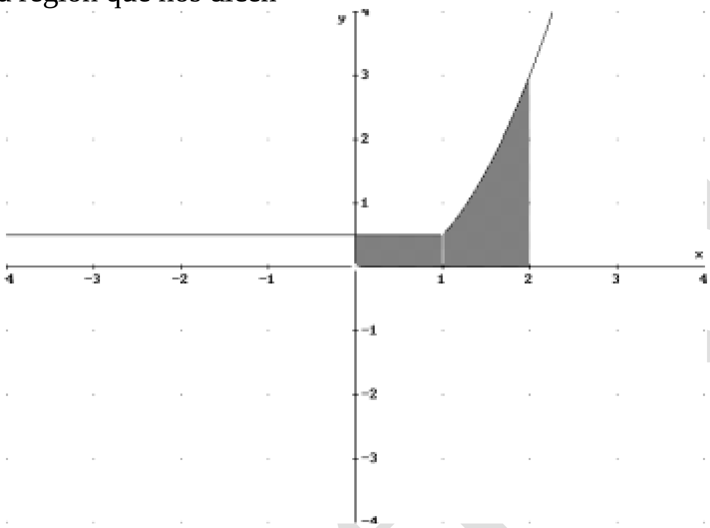
Si $x>1 \Rightarrow 2x-\frac{1}{2}=0 \Rightarrow x=\frac{1}{4} \Rightarrow$ No está en su dominio

	$(-\infty,1)$	$(1,+\infty)$
Signo $f'(x)$	$-$	$+$
Función	D	C

La función es creciente en $(1,+\infty)$. Decreciente en $(-\infty,1)$ y tiene un mínimo en $\left(1,\frac{1}{2}+a\right)$

d) La función es: $f(x)=\begin{cases} \frac{1}{2} & si \quad x\leq 1 \\ x^2-\frac{1}{2}x+a & si \quad x>1 \end{cases}$

Hacemos el dibujo de la región que nos dicen



Área $=$ Área del rectángulo + área de debajo de la función $x^2-\frac{x}{2}$ entre 1 y 2

$$A=1\cdot\frac{1}{2}+\int_1^1\left(x^2-\frac{x}{2}\right)dx=\frac{1}{2}+\left[\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{4}\right]_1^2=\frac{1}{2}+\left(\frac{2^3}{3}-\frac{2^2}{4}\right)-\left(\frac{1^3}{3}-\frac{1^2}{4}\right)=\frac{1}{2}+\frac{8}{3}-1-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{25}{12}\ u^2$$

La cotización en bolsa de una empresa en un determinado día viene expresada, en euros, por la función $c(t)$, con $t \in [0,24]$, medido en horas.

La variación instantánea de esta función es la derivada de *c*, que viene dada por $c'(t) = 0'03t^2 - 0'9t + 6$, con $t \in (0,24)$

a) Estudie los intervalos en los que la función *c* es creciente.

b) Analice los puntos críticos de la función *c*, indicando en cuáles se alcanza el máximo y el mínimo relativos.

c) Halle la expresión analítica de la función *c*, sabiendo que la cotización en bolsa de la empresa era de 50 euros en el instante inicial

SOCIALES II. 2021. RESERVA 1. EJERCICIO B4

R E S O L U C I Ó N

a y b) Igualamos a cero la derivada: $c'(t) = 0'03t^2 - 0'9t + 6 = 0 \Rightarrow t = 10\ ;\ t = 20$

	$(0,10)$	$(10,20)$	$(20,24)$
Signo c'	+	−	+
Función	C	D	C

La función es creciente en el intervalo $(0,10) \cup (20,24)$ y decreciente en el intervalo $(10,20)$
Tiene un Máximo en $t = 10$ y un mínimo en $t = 20$.

c) Calculamos la integral

$$c(t) = \int \left(0'03t^2 - 0'9t + 6\right)\,dx = \frac{0'03t^3}{3} - \frac{0'9t^2}{2} + 6t + K$$

Sabemos que $c(0) = 50$, luego:

$$c(0) = 50 \Rightarrow \frac{0'03 \cdot 0^3}{3} - \frac{0'9 \cdot 0^2}{2} + 6 \cdot 0 + K = 50 \Rightarrow K = 50$$

Por lo tanto, la función es: $c(t) = \dfrac{0'03t^3}{3} - \dfrac{0'9t^2}{2} + 6t + 50 = 0'01t^3 - 0'45t^2 + 6t + 50$

Se considera la función $f(x)=\begin{cases}(x+1)^2 & si \quad -2\le x<0\\ (x-1)^2 & si \quad 0\le x\le 2\end{cases}$

a) Estudie la continuidad y derivabilidad de la función *f* en todo su dominio.
b) Calcule los extremos de la función *f*.
c) Represente el recinto que encierra la gráfica de *f*, las rectas $x=-1$, $x=1$ y el eje OX. Calcule el área de dicho recinto.
SOCIALES II. 2021 RESERVA 2. EJERCICIO B3

R E S O L U C I Ó N

a) La función $(x+1)^2$, por ser polinómica, es continua y derivable en su dominio $-2\le x<0$. La función $(x-1)^2$ al ser polinómica es continua y derivable en su dominio $0\le x\le 2$. Por lo tanto, estudiamos la continuidad y derivabilidad en $x=0$.

Estudiamos la continuidad y derivabilidad en $x=0$

1. $f(0)=1$

2. $\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 0^-}(x+1)^2=1\\ \lim\limits_{x\to 0^+}(x-1)^2=1\end{array}\right\}\Rightarrow f(0)=\lim\limits_{x\to 0}f(x)=1\Rightarrow$ Es continua en $x=0$

Calculamos la derivada: $f'(x)=\begin{cases}2\cdot(x+1) & si \quad -2<x<0\\ 2\cdot(x-1) & si \quad 0<x<2\end{cases}$

$$\left.\begin{array}{l}f'(0^-)=2\\ f'(0^+)=-2\end{array}\right\}\Rightarrow f'(0^-)\ne f'(0^+)\Rightarrow \text{No derivable en } x=0$$

Por lo tanto, la función es continua en $[-2,2]$ y derivable en $(-2,2)-\{0\}$

b) Calculamos la primera derivada y la igualamos a cero: $f'(x)=\begin{cases}2\cdot(x+1) & si \quad -2<x<0\\ 2\cdot(x-1) & si \quad 0<x<2\end{cases}$

$$\begin{array}{l}2x+2=0\Rightarrow x=-1\\ 2x-2=0\Rightarrow x=1\end{array}.$$

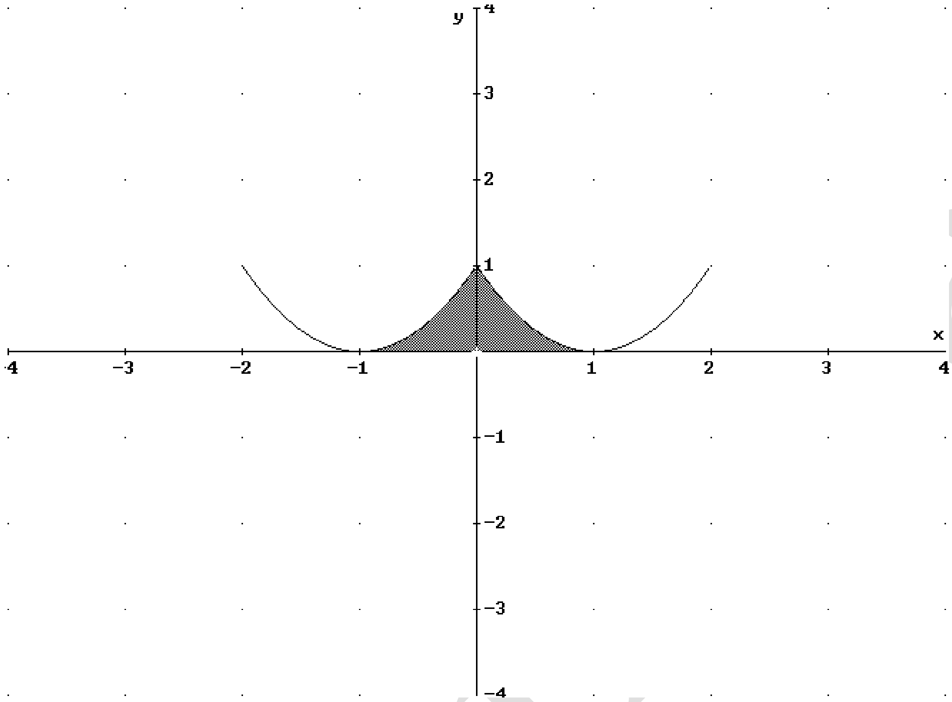
	$(-2,-1)$	$(-1,0)$	$(0,1)$	$(1,2)$
Signo $f'(x)$	$-$	$+$	$-$	$+$
Función	D	C	D	C

La función es creciente en $(-1,0)\cup(1,2)$ y decreciente en $(-2,-1)\cup(0,1)$.
Tiene un mínimo relativo en $(-1,0)$ y $(1,0)$. Tiene un pico en $(0,1)$ no derivable.

El máximo absoluto es 1 y se alcanza en $x=-2$, $x=0$ y $x=2$

El mínimo absoluto es 0 y se alcanza en $x=-1$ y $x=1$

c) Dibujamos el recinto y calculamos su área



Como es simétrica, calculamos el área de la parte positiva y la multiplicamos por 2

$$A=2\cdot\int_0^1 (x-1)^2\,dx=2\cdot\left[\frac{(x-1)^3}{3}\right]_0^1=2\cdot\left(\frac{0}{3}\right)-2\cdot\left(\frac{-1}{3}\right)=\frac{2}{3}\,u^2$$

Sea f una función de la que sabemos que la gráfica de su derivada, $f\,'$, es una parábola con vértice en el punto $(0,8)$ que corta al eje de abscisas en los puntos $(-4,0)$ y $(4,0)$.

1. Dibuje la gráfica de $f\,'$.

2 A partir de dicha gráfica, halle los intervalos de crecimiento y decrecimiento de *f*, así como las abscisas de los extremos relativos de *f*.

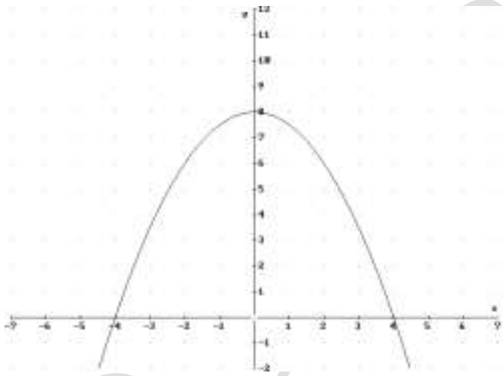
3 Sabiendo que la gráfica de *f* pasa por el origen de coordenadas, calcule la recta tangente a la gráfica de *f* en el punto de abscisa $x=0$.

b) Calcule la derivada de la función $g(x)=(-3+x^2)\cdot e^{2x-1}$

SOCIALES II. 2021. RESERVA 2. EJERCICIO B4

R E S O L U C I Ó N

a.1) Esbozamos la gráfica de *f* ‘ con los datos que nos dan:



a.2) Viendo la gráfica se deduce que:

	$(-\infty,-4)$	$(-4,4)$	$(4,\infty)$
Signo $f\,'(x)$	$-$	$+$	$-$
Función $f(x)$	D	C	D

La función es decreciente en el intervalo: $(-\infty,-4)\cup(4,\infty)$ y creciente en el intervalo: $(-4,4)$.
Tiene un máximo relativo en el punto de abscisa $x=4$ y un mínimo relativo en el punto de abscisa $x=-4$.

a.3) La recta tangente en $x=0$, es: $y-f(0)=f\,'(0)\cdot(x-0)$.

- $f(0)=0$
- $f\,'(0)=8$

Sustituyendo, tenemos: $y-0=8\cdot(x-0)\Rightarrow y=8x$

b) $g(x)=(-3+x^2)\cdot e^{2x-1}$

$g\,'(x)=2x\cdot e^{2x-1}+(-3+x^2)\cdot 2\cdot e^{2x-1}=2\cdot e^{2x-1}(x^2+x-3)$

Se considera la función $f(x)=\begin{cases} -2x+2a & si \quad -4\le x\le -2 \\ -2x^2-4a & si \quad -2<x\le 2 \\ -8x+b & si \quad 2<x\le 3 \end{cases}$

a) Calcule los valores de a **y** b **para que la función sea continua en su dominio. Para esos valores, ¿es** f **derivable?.**

b) Para $a=-2$ **y** $b=16$**, estudie la monotonía de la función** f **y calcule sus extremos relativos y absolutos.**

c) Para $a=-2$ **y** $b=16$**, calcule el área del recinto limitado por la gráfica de** f**, el eje OX y las rectas** $x=-2$ **y** $x=2$

SOCIALES II. 2021 RESERVA 3. EJERCICIO B3

R E S O L U C I Ó N

a) Estudiamos la continuidad en $x=-2$ y $x=2$.

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to -2^-}\left(-2x+2a\right)=4+2a \\ \lim\limits_{x\to -2^+}\left(-2x^2-4a\right)=-8-4a \end{array}\right\}\Rightarrow 4+2a=-8-4a\Rightarrow a=-2$$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 2^-}\left(-2x^2-4a\right)=-8+8=0 \\ \lim\limits_{x\to 2^+}\left(-8x+b\right)=-16+b \end{array}\right\}\Rightarrow 0=-16+b\Rightarrow b=16$$

Calculamos la derivada $f'(x)=\begin{cases} -2 & si \quad -4\le x<-2 \\ -4x & si \quad -2<x<2 \\ -8 & si \quad 2<x\le 3 \end{cases}$

Como $f'(-2^-)=-2\neq f'(-2^+)=8\Rightarrow$ No es derivable en $x=-2$

Como $f'(2^-)=-8\neq f'(2^+)=-8\Rightarrow$ Si es derivable en $x=2$

b) $f'(x)=\begin{cases} -2x-4 & si \quad -4\le x\le -2 \\ -2x^2+8 & si \quad -2<x\le 2 \\ -8x+16 & si \quad 2<x\le 3 \end{cases}$; $f'(x)=\begin{cases} -2 & si \quad -4\le x<-2 \\ -4x & si \quad -2<x<2 \\ -8 & si \quad 2<x\le 3 \end{cases}$

Igualamos la derivada a cero $-4x=0\Rightarrow x=0$

	$(-4,-2)$	$(-2,0)$	$(0,2)$	$(2,3)$
Signo $f'(x)$	$-$	$+$	$-$	$-$
Función	D	C	D	D

La función es decreciente en $(-4,-2)\cup(0,2)\cup(2,3)$ y creciente en $(-2,0)$.

Tiene un máximo relativo en $(0,8)$ y un mínimo relativo en $(-2,0)$

Calculamos los valores en los extremos de la función: $f(-4)=4$; $f(3)=-8$

Luego, el máximo absoluto es 8 y se alcanza en $x=0$. El mínimo absoluto es -8 y se alcanza en $x=3$.

c) Calculamos el área: $A=\int_{-2}^{2}(-2x^{2}+8)\,dx=\left[-\frac{2x^{3}}{3}+8x\right]_{-2}^{2}=\left(-\frac{16}{3}+16\right)-\left(\frac{16}{3}-16\right)=\frac{64}{3}\ u^{2}$

a) Calcule la derivada de las siguientes funciones:

$$f(x)=(5x^3+4x-2)^4\cdot\ln\left(2x^5-4x^3+x\right) \qquad g(x)=\frac{e^{3x^2-5x}}{(6x^2+2)^3}$$

b) Halle la función $h(x)$, sabiendo que su derivada $h'(x)=4x^3+x^2-4x-1$ y que $h(2)=\frac{11}{3}$

SOCIALES II. 2021 RESERVA 3. EJERCICIO B4

R E S O L U C I Ó N

a) $$f'(x)=4(5x^3+4x-2)^3\cdot(15x^2+4)\cdot\ln(2x^5-4x^3+x)+\frac{10x^4-12x^2+1}{2x^5-4x^3+x}\cdot(5x^3+4x-2)^4$$

$$g'(x)=\frac{(6x-5)\cdot e^{3x^2-5x}\cdot(6x^2+2)^3-e^{3x^2-5x}\cdot 3\cdot(6x^2+2)^2\cdot 12x}{(6x^2+2)^6}=\frac{e^{3x^2-5x}\cdot\left[36x^3-30x^2-24x-10\right]}{(6x^2+2)^4}$$

b) Hacemos la integral

$$h(x)=\int(4x^3+x^2-4x-1)\ dx=4\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}-4\frac{x^2}{2}-x+C=x^4+\frac{x^3}{3}-2x^2-x+C$$

Y como $h(2)=\frac{11}{3}$, tenemos que:

$$\frac{11}{3}=2^4+\frac{2^3}{3}-2\cdot 2^2-2+C=16+\frac{8}{3}-8-2+C\Rightarrow C=-5$$

Luego, la función que nos piden es: $h(x)=x^4+\frac{x^3}{3}-2x^2-x-5$

Se considera la función $f(x)=\begin{cases} \frac{1}{x} & si \quad x \le -1 \\ -3x^2+4 & si \quad -1 < x < 1 \\ 2x-1 & si \quad x \ge 1 \end{cases}$

a) Estudie la continuidad y la derivabilidad de la función *f* en todo su dominio.
b) Represente gráficamente la función *f* .
c) Calcule el área de la región limitada por la gráfica de la función *f*, el eje de abscisas y las rectas $x=0$ y $x=3$.
SOCIALES II. 2021 RESERVA 4. EJERCICIO B3

R E S O L U C I Ó N

a) La función $\frac{1}{x}$ es continua y derivable en $\mathbb{R}-\{0\}$. Las funciones $-3x^2+4$ y $2x-1$, por ser polinomios, son continuas y derivables en $\mathbb{R}$. Por lo tanto, debemos estudiar la continuidad y derivabilidad en $x=-1$ y $x=1$.

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to -1^-} \frac{1}{x} = -1 \\ \lim\limits_{x\to -1^+} (-3x^2+4) = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow \lim_{x\to -1^-} f(x) \neq \lim_{x\to -1^+} f(x) \Rightarrow \text{No es continua en } x=-1 \text{ y, por lo tanto, no}$$

derivable.

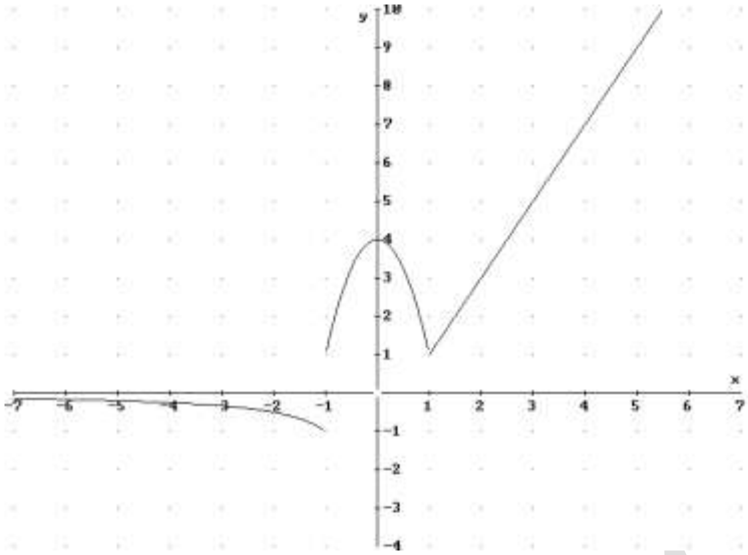
$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 1^-} (-3x^2+4) = 1 \\ \lim\limits_{x\to 1^+} (2x-1) = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow f(1) = \lim_{x\to 1} f(x) = 1 \Rightarrow \text{Es continua en } x=1.$$

Calculamos la función derivada: $f'(x)=\begin{cases} \frac{-1}{x^2} & si \quad x < -1 \\ -6x & si \quad -1 < x < 1 \\ 2 & si \quad x > 1 \end{cases}$ y como:

$$\left.\begin{array}{l} f'(1^-) = -6 \\ f'(1^+) = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow f'(1^-) \neq f'(1^+) \Rightarrow \text{No derivable en } x=1$$

Luego la función $f(x)$ es continua en $\mathbb{R}-\{-1\}$ y derivable en $\mathbb{R}-\{1,-1\}$

b) Representamos la función



c) Calculamos el área que nos piden

$$A=\int_0^1 (-3x^2+4)\ dx+\int_1^3 (2x-1)\ dx=\left[-3\frac{x^3}{3}+4x\right]_0^1+\left[2\frac{x^2}{2}-x\right]_1^3=\left[-x^3+4x\right]_0^1+\left[x^2-x\right]_1^3=$$

$$=\left(-1+4\right)-0+\left(9-3\right)-\left(1-1\right)=9\ u^2$$

Una fábrica estima que sus costes de producción, expresados en miles de euros, vienen dados por la función $f(x)=x^2-6x+10$, donde x es la cantidad semanal a producir expresada en miles de kilogramos.
a) ¿Cuál debe ser la producción semanal para que el coste sea mínimo? ¿Cuál es dicho coste?.
b) Calcule la recta tangente a la función de costes en el punto de abscisa $x=4$. Represente gráficamente la función de costes y la recta tangente hallada.
SOCIALES II. 2021. RESERVA 4. EJERCICIO B4

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos la derivada de la función y la igualamos a cero.

$$f'(x)=2x-6=0 \Rightarrow x=3$$

	$(-\infty,3)$	$(3,+\infty)$
Signo $f'(x)$	$-$	$+$
Función	D	C

La función es decreciente en $(-\infty,3)$ y creciente en $(3,+\infty)$. Tiene un mínimo relativo en $(3,1)$

Luego, para que el coste sea mínimo, la producción semanal debe ser de 3.000 kilogramos y el coste sería de 1.000 euros.

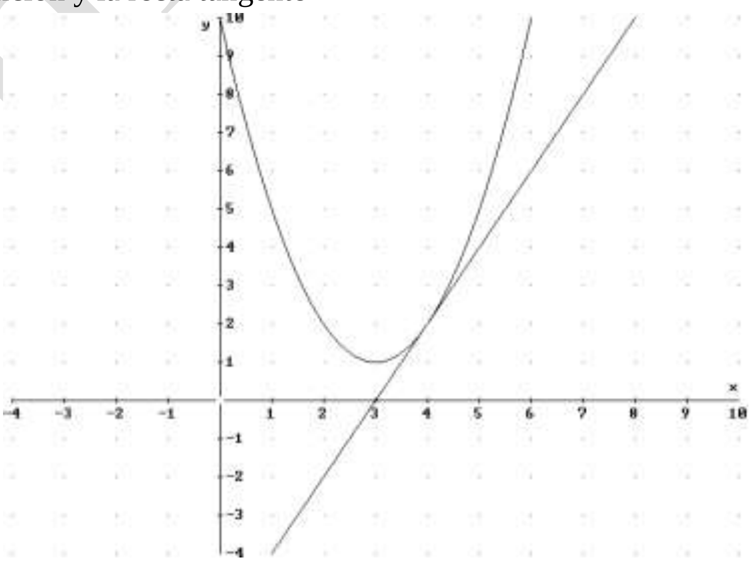
b) Calculamos la recta tangente en $x=4$.

$$f(4)=16-24+10=2$$

$$f'(x)=2x-6 \Rightarrow f'(4)=8-6=2$$

Luego, la recta tangente es: $y-f(4)=f'(4)\cdot(x-4) \Rightarrow y-2=2\cdot(x-4) \Rightarrow y=2x-6$

Representamos la función y la recta tangente



Se considera la función $f(x)=\begin{cases} 2^{x+1} & si \quad x<0 \\ x^2-2x & si \quad x\geq 0\end{cases}$

a) Estudie la continuidad y derivabilidad de la función *f* en su dominio.
b) Estudie la monotonía de la función *f* y calcule el mínimo.
c) Calcule $\int_{-2}^{2} f(x)\,dx$

SOCIALES II. 2021 JULIO. EJERCICIO B3

R E S O L U C I Ó N

a) La función 2^{x+1} es continua y derivable en su dominio. La función x^2-2x al ser polinómica es continua y derivable en su dominio. Por lo tanto, estudiamos la continuidad y derivabilidad en $x=0$.

Estudiamos la continuidad y derivabilidad en $x=0$

2. $f(0)=0$

2. $\left.\begin{array}{l} \lim_{x\to 0^-} 2^{x+1}=2 \\ \lim_{x\to 0^+}\left(x^2-2x\right)=0 \end{array}\right\} \Rightarrow No \exists \lim_{x\to 0} f(x)$

Por lo tanto, la función no es continua en $x=0$. Al no ser continua en $x=0$, tampoco es derivable. Luego, la función es continua y derivable en $\mathbb{R}-\{0\}$

b) Calculamos la primera derivada y la igualamos a cero: $f'(x)=\begin{cases} 2^{x+1}\cdot\ln 2 & si \quad x<0 \\ 2x-2 & si \quad x>0\end{cases}$

$2x-2=0 \Rightarrow x=1.$

	$(-\infty,0)$	$(0,1)$	$(1,+\infty)$
Signo $f'(x)$	+	−	+
Función	C	D	C

La función es creciente en $(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$ y decreciente en $(0,1)$.
Tiene un mínimo en $(1,-1)$.

c) Calculamos la integral que nos piden

$$\int_{-2}^{2} f(x)\,dx=\int_{-2}^{0} 2^{x+1}\,dx+\int_{0}^{2}(x^2-2x)\,dx=\left[\frac{2^{x+1}}{\ln 2}\right]_{-2}^{0}+\left[\frac{x^3}{3}-x^2\right]_{0}^{2}=\left(\frac{2}{\ln 2}\right)-\left(\frac{2^{-1}}{\ln 2}\right)+\left(\frac{8}{3}-4\right)=$$

$$=\frac{2}{\ln 2}-\frac{1}{2\ln 2}-\frac{4}{3}=\frac{3}{2\ln 2}-\frac{4}{3}$$

El número de diagnosticados de COVID-19 por PCR en Andalucía, medido en miles de personas, se aproxima por la siguiente función:

$$f(t)=\begin{cases} -t^2+2t-0'3 & si \quad 0'2\le t\le 1'8 \\ 0'1t-0'12 & si \quad 1'8<t\le 5 \\ -0'5t^2+8'3t-28'62 & si \quad 5<t\le 10 \end{cases}$$

En donde *t* es el tiempo, medido en meses, a partir del inicio de conteo en el mes de marzo de 2020

a) Estudie la continuidad y derivabilidad de la función *f* en su dominio

b) ¿En qué instante o instantes es máximo el número de diagnosticados? ¿Cuál es su número?.

SOCIALES II. 2021. JULIO. EJERCICIO B4

R E S O L U C I Ó N

a) Estudiamos la continuidad en $x=1'8$ y en $x=5$:

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 1'8^-}\left(-t^2+2t-0'3\right)=0'06 \\ \lim\limits_{x\to 1'8^+}(0'1t-0'12)=0'06 \end{array}\right\}\Rightarrow f(1'8)=\lim_{x\to 1'8} f(x)=0'06\Rightarrow \text{Continua en } x=1'8$$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 5^-}\left(0'1t-0'12\right)=0'38 \\ \lim\limits_{x\to 5^+}(-0'5t^2+8'3t-28'62)=0'38 \end{array}\right\}\Rightarrow f(5)=\lim_{x\to 5} f(x)=0'38\Rightarrow \text{Continua en } x=5$$

Calculamos la función derivada: $f'(t)=\begin{cases} 2t+2 & si \quad 0'2\le t<1'8 \\ 0'1 & si \quad 1'8<t<5 \\ -t+8'3 & si \quad 5<t\le 10 \end{cases}$

Estudiamos la derivabilidad en $x=1'8$:

$$\left.\begin{array}{l} f'(1'8^-)=-1'6 \\ f'(1'8^+)=\ \ 0'1 \end{array}\right\}\Rightarrow f'(1'8^-)\ne f'(1'8^+)\Rightarrow \text{No es derivable en } x=1'8$$

Estudiamos la derivabilidad en $x=5$:

$$\left.\begin{array}{l} f'(5^-)=0'1 \\ f'(5^+)=3'3 \end{array}\right\}\Rightarrow f'(5^-)\ne f'(5^+)\Rightarrow \text{No es derivable en } x=5$$

Luego, la función es continua en su dominio y derivable en $(0'2,1'8)\cup(1'8,5)\cup(5,10)$

b) Igualamos la derivada a cero $\begin{cases} -2t+2=0\Rightarrow t=1 \\ -t+8'3=0\Rightarrow t=8'3 \end{cases}$

	$(0'2,1)$	$(1,1'8)$	$(1'8,5)$	$(5,8'3)$	$(8'3,10)$
Signo $f'(t)$	+	–	+	+	–
Función $f(t)$	C	D	C	C	D

Tenemos dos máximos relativos en $(1,0'7)$ y $(8'3,5'825)$. El máximo absoluto es para $t=8'3$ y corresponde a 5825 personas.