Sistemas de ecuaciones

7

CLAVES PARA EMPEZAR

1. Construye una tabla de valores para cada ecuación.

a) $y = -1 + 2x$

b) $x = -y + 2$

c) $x + y = 2$

a)

x	-2	-1	0	1	2
y	-5	-3	-1	1	3

b)

x	-2	-1	0	1	2
y	4	3	2	1	0

c)

x	-2	-1	0	1	2
y	4	3	2	1	0

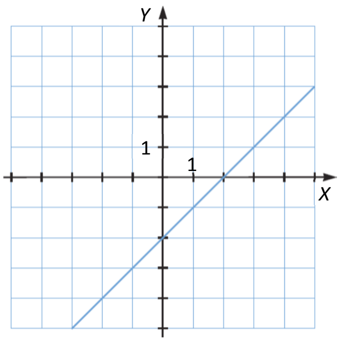
2. Representa gráficamente estas funciones.

a) $y = x - 2$

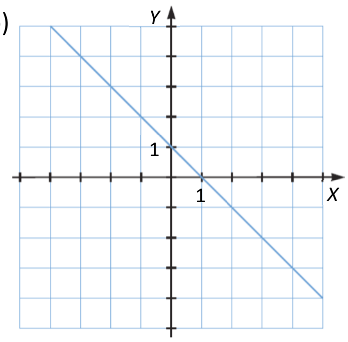
b) $y = -x + 1$

c) $2x - y = 3$

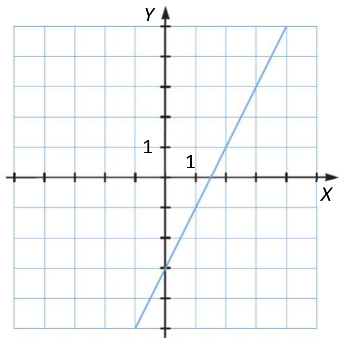
a)



b)



c)



VIDA COTIDIANA

La Red Ferroviaria Española abarca un gran número de líneas que conectan todas las regiones y las ciudades más importantes.

Se comenzó a construir en 1848 y la red constaba de tan solo 28 km (de Barcelona a Mataró). En la actualidad alcanza una longitud de más de 15 000 km.

- **Un tren parte de la ciudad *A*, con una velocidad de 90 km/h, con destino a la ciudad *B*, que está a 200 km. Desde *B*, a la misma hora y con una velocidad de 70 km/h, sale otro tren con destino a *A*. ¿Cuánto tiempo tardarán en cruzarse?**

t = tiempo que tardan en cruzarse

$200 = 90t + 70t \rightarrow t = 1{,}25$ horas

Tardarán en cruzarse 1 hora y 15 minutos desde su salida.

RESUELVE EL RETO

La ecuación $2x + 3y - 4z = 8$, ¿cuántas soluciones tiene si x es 1?

Tiene infinitas soluciones.

Una botella y su tapón pesan 1 kg y 10 g. La botella pesa 1 kg más que el tapón. ¿Cuánto pesa la botella?

x = peso de la botella en kg $\qquad$ y = peso del tapón en kg

$$\left.\begin{array}{l} x+y=1{,}010 \\ x=1+y \end{array}\right\} \rightarrow 1+2y=1{,}010 \rightarrow y=0{,}005 \rightarrow x=1{,}005$$

La botella pesa 1 kg y 5 g, y el tapón, 5 g.

Un número tiene dos cifras. Si multiplico la suma de sus cifras por 6 y obtengo dicho número, ¿qué número es?

x = cifra de las decenas $\qquad$ y = cifra de las unidades

$6(x+y)=10x+y \rightarrow y=\frac{4}{5}x$ $\rightarrow$ Como x solo puede tomar valores entre 0 y 9, la única solución válida es $x=5$.

Así, el número buscado es 54.

ACTIVIDADES

1. **Escribe las siguientes ecuaciones en la forma $ax + by = c$ e indica los coeficientes y el término independiente de cada una de ellas.**

a) $3x - y + 2 = x - 4y + 1$

b) $-5 \cdot (x - y) + 3y = 2x$

c) $2y - (6x + 7) = -2$

	Ecuación	Coeficiente de x	Coeficiente de y	Término independiente
a)	$3x+3y=-1$	3	3	–1
b)	$-7x+8y=0$	–7	8	0
c)	$-6x+2y=5$	–6	2	5

2. **Averigua de cuáles de estas ecuaciones son solución los valores $x = 1$, $y = -2$.**

a) $4x + 2y = 1$ $\qquad$ c) $-4x + 2y = -8$

b) $4x - 2y = 0$ $\qquad$ d) $4x + 2y = 0$

a) $4 \cdot 1 + 2 \cdot (-2) \neq 1 \rightarrow$ No es solución.

c) $-4 \cdot 1 + 2 \cdot (-2) = -8 \rightarrow$ Sí es solución.

b) $4 \cdot 1 - 2 \cdot (-2) \neq 0 \rightarrow$ No es solución.

d) $4 \cdot 1 + 2 \cdot (-2) = 0 \rightarrow$ Sí es solución.

3. **Encuentra cuatro soluciones de la ecuación $-x + 5y = 2$. ¿Cuántas soluciones tiene?**

De las infinitas soluciones que tiene, cuatro de ellas son, por ejemplo:

$x=-2,\ y=0$ $\qquad$ $x=3,\ y=1$ $\qquad$ $x=8,\ y=2$ $\qquad$ $x=-7,\ y=-1$

4. **Halla las soluciones de la ecuación $3x + y = 2$ para los valores que se dan.**

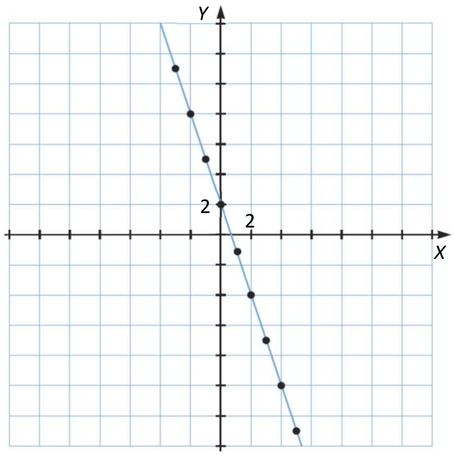
a) $x = 0$ d) $x = -1$ g) $x = 3$

b) $x = 1$ e) $x = -2$ h) $x = 4$

c) $x = 2$ f) $x = -3$ i) $x = 5$

Representa gráficamente las soluciones que has obtenido y únelas mediante una línea. ¿Qué tipo de línea obtienes?

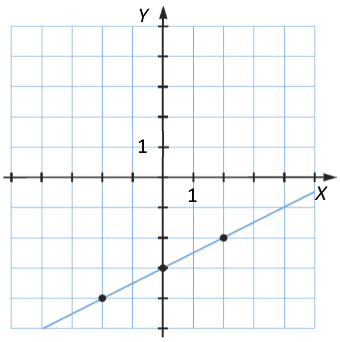
x	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
y	11	8	5	2	−1	−4	−7	−10	−13



Se obtiene una línea recta.

5. **Encuentra tres soluciones de la ecuación $x - 2y = 6$ y comprueba que están situadas en la misma recta.**

$x = -2,\ y = -4$ $x = 0,\ y = -3$ $x = 2,\ y = -2$

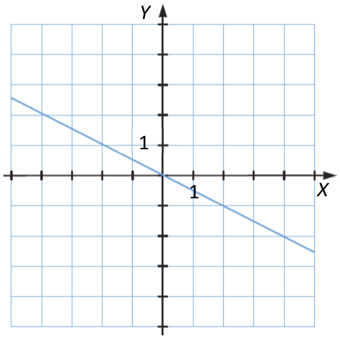


6. **Representa gráficamente las soluciones de estas ecuaciones lineales.**

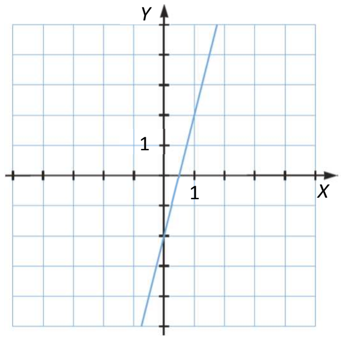
a) $x + 2y = 0$ c) $4x - y = 2$

b) $x + y = 5$ d) $x - 2y = 4$

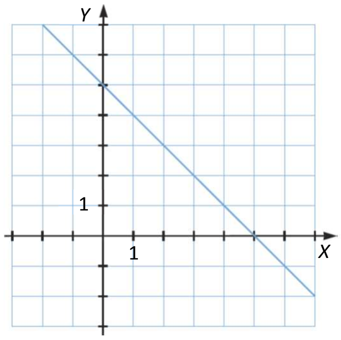
a)



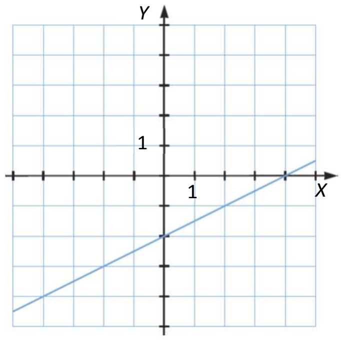
c)



b)



d)



7. **Considera la ecuación $-3 \cdot (2x - y) + y = 2x$.**

a) Exprésala en la forma $ax + by = c$.

b) Construye una tabla de valores con cuatro de sus soluciones.

c) Representa gráficamente las soluciones de la ecuación.

d) Comprueba que el par de valores $x = 6$, $y = 12$ es solución, constatando que cumple la ecuación y que es un punto de la recta representada.

e) Averigua, a la vista de la recta representada, si el punto $(-4, 8)$ es solución de la ecuación.

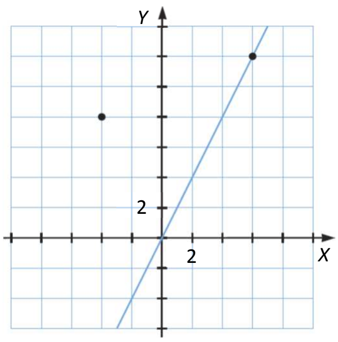
a) $2x - y = 0$

b)

x	1	−1	0	2
y	2	−2	0	4

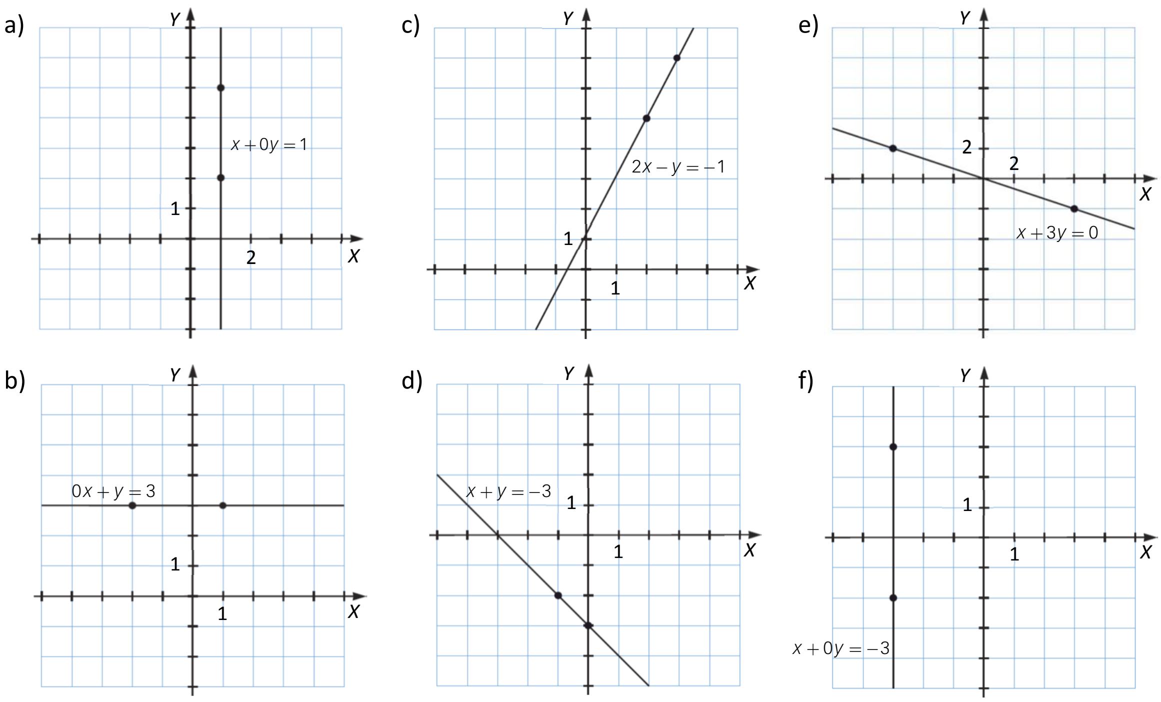
c), d) y e) El par de valores $x = 6$, $y = 12$ cumple la ecuación, porque $2 \cdot 6 - 12 = 0$.

El punto $(-4, 8)$ no es solución.



8. Razona si estos pares de valores pueden ser soluciones de una ecuación lineal con dos incógnitas.

a) (1, 2) y (1, 5)
b) (−2, 3) y (1, 3)
c) (2, 5) y (3, 7)
d) (0, −3) y (−1, −2)
e) (−6, 2) y (6, −2)
f) (−3, −2) y (−3, 3)



9. Haz los cálculos e indica cuáles de los siguientes sistemas tienen como solución el par de valores (−3, 4).

a) $\left.\begin{aligned} 4x + y &= -8 \\ -x - 2y &= 5 \end{aligned}\right\}$

b) $\left.\begin{aligned} x - 2y &= -11 \\ -x + y &= 7 \end{aligned}\right\}$

c) $\left.\begin{aligned} 2x - y &= -10 \\ x + 3y &= 9 \end{aligned}\right\}$

d) $\left.\begin{aligned} x + 2y &= 5 \\ 2x + 3y &= -6 \end{aligned}\right\}$

a) $\left.\begin{aligned} 4\cdot(-3) + 4 &= -8 \\ -(-3) - 2\cdot 4 &\neq 5 \end{aligned}\right\} \rightarrow$ No es solución

c) $\left.\begin{aligned} 2\cdot(-3) - 4 &= -10 \\ -3 + 3\cdot 4 &= 9 \end{aligned}\right\} \rightarrow$ Sí es solución

b) $\left.\begin{aligned} -3 - 2\cdot 4 &= -11 \\ -(-3) + 4 &= 7 \end{aligned}\right\} \rightarrow$ Sí es solución

d) $\left.\begin{aligned} -3 + 2\cdot 4 &= 5 \\ 2\cdot(-3) + 3\cdot 4 &\neq -6 \end{aligned}\right\} \rightarrow$ No es solución

10. Halla el valor de *a* y *b* para que el par de valores (2, −3) sea solución del sistema.

$\left.\begin{aligned} x + by &= 5 \\ ax - 3y &= -1 \end{aligned}\right\}$

$2 + b\cdot(-3) = 5 \rightarrow b = -1$

$2a - 3\cdot(-3) = -1 \rightarrow a = -5$

11. **Escribe dos sistemas, uno compatible determinado y otro compatible indeterminado, para los que (−2, 5) sea solución.**

Compatible determinado:

$$\left.\begin{array}{r} x+y=3 \\ 5x+2y=0 \end{array}\right\}$$

Compatible indeterminado:

$$\left.\begin{array}{r} x+y=3 \\ 2x+2y=6 \end{array}\right\}$$

12. **¿Cuántas soluciones tienen estos sistemas?**

a) $\left.\begin{array}{r} 3x-4y=10 \\ -x+y=-3 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} x-y=10 \\ -x+y=-3 \end{array}\right\}$

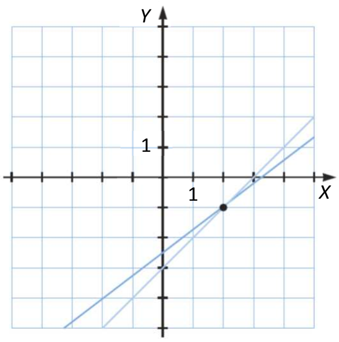
c) $\left.\begin{array}{r} 2x+y=3 \\ 3x-y=-8 \end{array}\right\}$

d) $\left.\begin{array}{r} 3x-4y=10 \\ -6x+8y=-20 \end{array}\right\}$

e) $\left.\begin{array}{r} -2x+5y=9 \\ x-y=-3 \end{array}\right\}$

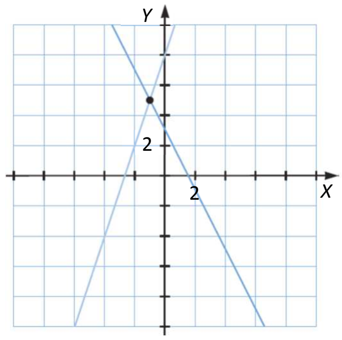
f) $\left.\begin{array}{r} 5x-4y=2 \\ 3x+2y=-12 \end{array}\right\}$

a)



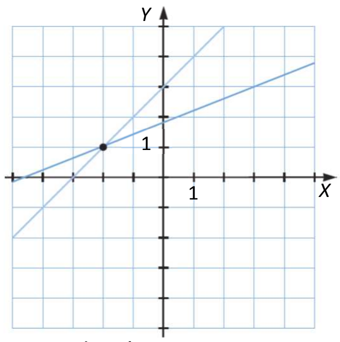
Una solución

c)



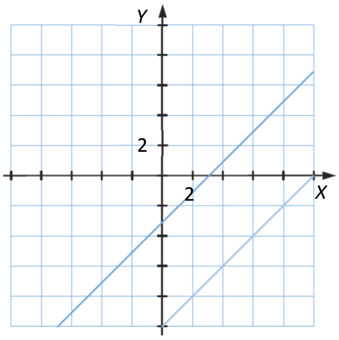
Una solución

e)



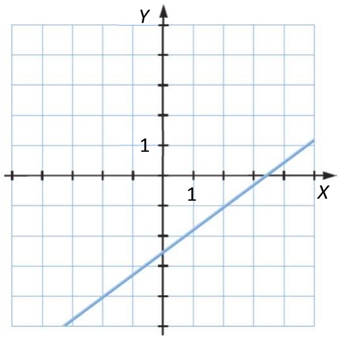
Una solución

b)



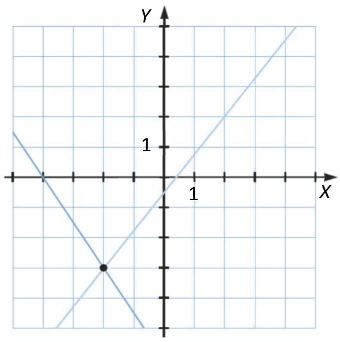
Sin solución

d)



Infinitas soluciones

f)



Una solución

13. **Considera la ecuación $x + y = 3$. Representa sus soluciones y elige una de estas ecuaciones para formar un sistema compatible indeterminado.**

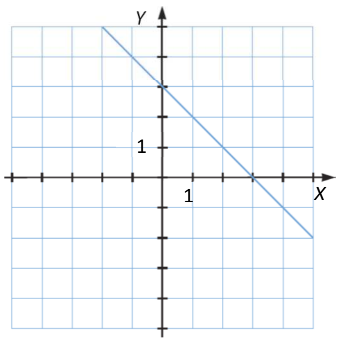
a) $x + y = 6$

b) $2x + 2y = 6$

c) $-x = 3 + y$

d) $-x - y = -3$

Con las ecuaciones b) y d) se forma un sistema compatible indeterminado.



14. ¿Cuántas soluciones tiene este sistema?

$$\left.\begin{array}{r}x - 4y = 1\\ -x + 4y = -1\end{array}\right\}$$

a) Modifica los signos de sus coeficientes para obtener un sistema compatible determinado.

b) ¿Puedes escribir un sistema incompatible modificando los signos de los coeficientes?

Tiene infinitas soluciones porque ambas ecuaciones representan la misma recta.

a) $\left.\begin{array}{l}x-4y=1\\ x+4y=-1\end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{l}x-4y=1\\ x-4y=-1\end{array}\right\}$

15. Resuelve estos sistemas por el método de sustitución.

a) $\left.\begin{array}{r}2x + y = 3\\ 3x - y = -8\end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r}x - 2y = 4\\ -x + 3y = -5\end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{r}-2x + 5y = 9\\ x - y = -3\end{array}\right\}$

d) $\left.\begin{array}{r}x + y = 0\\ 2x + 3y = -2\end{array}\right\}$

e) $\left.\begin{array}{r}5x - 4y = 2\\ 3x + 2y = -12\end{array}\right\}$

f) $\left.\begin{array}{r}5x - 2y = 12\\ 4x + 3y = 5\end{array}\right\}$

a) $\left.\begin{array}{l}2x+y=3\\ 3x-y=-8\end{array}\right\}\rightarrow\left.\begin{array}{l}y=3-2x\\ 3x-y=-8\end{array}\right\}\rightarrow 3x-(3-2x)=-8\rightarrow x=-1, y=5$

b) $\left.\begin{array}{l}x-2y=4\\ -x+3y=-5\end{array}\right\}\rightarrow\left.\begin{array}{l}x=4+2y\\ -x+3y=-5\end{array}\right\}\rightarrow -(4+2y)+3y=-5\rightarrow y=-1, x=2$

c) $\left.\begin{array}{l}-2x+5y=9\\ x-y=-3\end{array}\right\}\rightarrow\left.\begin{array}{l}-2x+5y=9\\ x=-3+y\end{array}\right\}\rightarrow -2\cdot(-3+y)+5y=9\rightarrow y=1, x=-2$

d) $\left.\begin{array}{l}x+y=0\\ 2x+3y=-2\end{array}\right\}\rightarrow\left.\begin{array}{l}x=-y\\ 2x+3y=-2\end{array}\right\}\rightarrow -2y+3y=-2\rightarrow y=-2, x=2$

e) $\left.\begin{array}{l}5x-4y=2\\ 3x+2y=-12\end{array}\right\}\rightarrow\left.\begin{array}{l}x=\dfrac{2+4y}{5}\\ 3x+2y=-12\end{array}\right\}\rightarrow 3\cdot\dfrac{2+4y}{5}+2y=-12\rightarrow y=-3, x=-2$

f) $\left.\begin{array}{l}5x-2y=12\\ 4x+3y=5\end{array}\right\}\rightarrow\left.\begin{array}{l}x=\dfrac{12+2y}{5}\\ 4x+3y=5\end{array}\right\}\rightarrow 4\cdot\dfrac{12+2y}{5}+3y=5\rightarrow y=-1, x=2$

16. Efectúa las operaciones y después resuelve por sustitución $\left.\begin{array}{r}2\cdot(x+3)-(x-y)=9\\ -3\cdot(x+y)+4y=11\end{array}\right\}$.

$\left.\begin{array}{l}2x+6-x+y=9\\ -3x-3y+4y=11\end{array}\right\}\rightarrow\left.\begin{array}{l}x=3-y\\ -3x+y=11\end{array}\right\}\rightarrow -3\cdot(3-y)+y=11\rightarrow y=5, x=-2$

17. **Resuelve por sustitución.**

$$\left.\begin{aligned}\frac{y+4}{3}&=x\\ \frac{x+4}{5}&=-y\end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned}y+4&=3x\\ x+4&=-5y\end{aligned}\right\}\to\left.\begin{aligned}y&=3x-4\\ x+4&=-5y\end{aligned}\right\}\to x+4=-5\cdot(3x-4)\to x=1, y=-1$$

18. **Resuelve estos sistemas utilizando el método de igualación.**

a) $\left.\begin{aligned}2x-y&=-10\\ x+3y&=9\end{aligned}\right\}$ c) $\left.\begin{aligned}5x-2y&=-1\\ -5x+6y&=13\end{aligned}\right\}$

b) $\left.\begin{aligned}3x-4y&=10\\ -x+y&=-3\end{aligned}\right\}$ d) $\left.\begin{aligned}2x+5y&=-1\\ 2x-3y&=7\end{aligned}\right\}$

a) $\left.\begin{aligned}2x-y&=-10\\ x+3y&=9\end{aligned}\right\}\to\left.\begin{aligned}x&=\frac{y-10}{2}\\ x&=9-3y\end{aligned}\right\}\to y-10=18-6y\to y=4, x=-3$

b) $\left.\begin{aligned}3x-4y&=10\\ -x+y&=-3\end{aligned}\right\}\to\left.\begin{aligned}x&=\frac{10+4y}{3}\\ x&=y+3\end{aligned}\right\}\to 10+4y=3y+9\to y=-1, x=2$

c) $\left.\begin{aligned}5x-2y&=-1\\ -5x+6y&=13\end{aligned}\right\}\to\left.\begin{aligned}x&=\frac{-1+2y}{5}\\ x&=\frac{6y-13}{5}\end{aligned}\right\}\to -1+2y=6y-13\to y=3, x=1$

d) $\left.\begin{aligned}2x+5y&=-1\\ 2x-3y&=7\end{aligned}\right\}\to\left.\begin{aligned}x&=\frac{-1-5y}{2}\\ x&=\frac{7+3y}{2}\end{aligned}\right\}\to -1-5y=7+3y\to y=-1, x=2$

19. **Efectúa las operaciones y después resuelve por igualación.**

$$\left.\begin{aligned}4\cdot(x+2y)-x&=-y\\ -3x&=2y-4-x\end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned}4x+8y-x&=-y\\ -3x&=2y-4-x\end{aligned}\right\}\to\left.\begin{aligned}x&=-3y\\ x&=2-y\end{aligned}\right\}\to -3y=2-y\to -2y=2\to y=-1, x=3$$

20. **Resuelve el siguiente sistema por el método de igualación.**

$$\left.\begin{aligned}\frac{2x-4}{5}-\frac{y+3}{2}&=3\\ \frac{x+y}{2}&=1\end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned}4x-8-5y-15&=30\\ x+y&=2\end{aligned}\right\}\to\left.\begin{aligned}x&=\frac{53+5y}{4}\\ x&=2-y\end{aligned}\right\}\to 53+5y=8-4y\to 9y=-45\to y=-5, x=7$$

21. **Resuelve estos sistemas, operando adecuadamente para poder aplicar el método de reducción.**

a) $\left.\begin{array}{r} x-2y=-11 \\ -x+y=7 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{r} x-4y=6 \\ x+y=1 \end{array}\right\}$ c) $\left.\begin{array}{r} 2x-7y=-19 \\ -5x+6y=13 \end{array}\right\}$

a) $\left.\begin{array}{l} x-2y=-11 \\ -x+y=7 \end{array}\right\} \rightarrow -y=-4 \rightarrow y=4, x=-3$

b) $\left.\begin{array}{l} x-4y=6 \\ x+y=1 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \\ \xrightarrow{\cdot 4} \end{array} \left.\begin{array}{l} x-4y=6 \\ 4x+4y=4 \end{array}\right\} \rightarrow 5x=10 \rightarrow x=2, y=-1$

c) $\left.\begin{array}{l} 2x-7y=-19 \\ -5x+6y=13 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\cdot 5} 10x-35y=-95 \\ \xrightarrow{\cdot 2} -10x+12y=26 \end{array} \Big\} \rightarrow -23y=-69 \rightarrow y=3, x=1$

22. **Efectúa y resuelve por reducción.**

$\left.\begin{array}{r} \boldsymbol{(x-4y)-2\cdot(3x+y)=-2} \\ \boldsymbol{-x+3\cdot(y-x)=14} \end{array}\right\}$

$\left.\begin{array}{l} x-4y-6x-2y=-2 \\ -x+3y-3x=14 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} -5x-6y=-2 \\ -4x+3y=14 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \\ \xrightarrow{\cdot 2} \end{array} \left.\begin{array}{l} -5x-6y=-2 \\ -8x+6y=28 \end{array}\right\} \rightarrow -13x=26 \rightarrow x=-2, y=2$

23. **Resuelve por reducción.**

$\left.\begin{array}{r} \boldsymbol{\dfrac{x-2y}{2}+\dfrac{x}{4}=0} \\ \boldsymbol{-x+5\cdot\left(\dfrac{2x+y+1}{6}\right)=6} \end{array}\right\}$

$\left.\begin{array}{l} 2x-4y+x=0 \\ -6x+10x+5y+5=36 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} 3x-4y=0 \\ 4x+5y=31 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\cdot 5} 15x-20y=0 \\ \xrightarrow{\cdot 4} 16x+20y=124 \end{array} \Big\} \rightarrow 31x=124 \rightarrow x=4, y=3$

24. **Resuelve estos sistemas de ecuaciones por el método que consideres más adecuado.**

a) $\left.\begin{array}{r} 2x+3y=5+x+2y \\ x-2y-3=3-42y \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} (x+4)+2(y-2)=18-x-y \\ x+y=2 \end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{r} \dfrac{x-y}{2}+x=-1 \\ 3(y-x)=6 \end{array}\right\}$

d) $\left.\begin{array}{r} \dfrac{2x-y}{3}+2x=4+y \\ 2x=4+y \end{array}\right\}$

e) $\left.\begin{array}{r} 3y+3=x-2(x+y) \\ \dfrac{2x+3y}{2}=18 \end{array}\right\}$

a) $\left.\begin{array}{l} x+y=5 \\ x+40y=6 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x=5-y \\ x+40y=6 \end{array}\right\} \rightarrow 5-y+40y=6 \rightarrow y=\dfrac{1}{39}, x=\dfrac{194}{39}$

b) $\left.\begin{array}{l} 2x+3y=18 \\ x+y=2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \\ \xrightarrow{\cdot(-2)} \end{array} \rightarrow \left.\begin{array}{l} 2x+3y=18 \\ -2x-2y=-4 \end{array}\right\} \rightarrow y=14, x=-12$

c) $\left.\begin{array}{l} 3x-y=-2 \\ -3x+3y=6 \end{array}\right\} \rightarrow 2y=4 \rightarrow y=2, x=0$

d) $\left.\begin{array}{l}8x-4y=12\\2x-y=4\end{array}\right\}\xrightarrow{\cdot\frac{1}{4}}\left.\begin{array}{l}2x-y=3\\2x-y=4\end{array}\right\}$ → Sistema incompatible. No existe solución.

e) $\left.\begin{array}{l}x+5y=-3\\2x+3y=36\end{array}\right\}\rightarrow\left.\begin{array}{l}x=-3-5y\\2x+3y=36\end{array}\right\}\rightarrow 2\cdot(-3-5y)+3y=36\rightarrow y=-6, x=27$

25. **Resuelve estos sistemas por el método que consideres más adecuado.**

a) $\left.\begin{array}{r}\dfrac{x+2y}{5}=5\\2(x+y)+4y=40\end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r}\dfrac{x-y}{3}+y=1\\4(-x+y)-3y=6\end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{r}\dfrac{x}{2}+\dfrac{3y}{4}=\dfrac{1}{2}\\\dfrac{3\cdot(2x-2)}{2}-\dfrac{3(y+1)}{9}=-10\end{array}\right\}$

a) $\left.\begin{array}{l}x+2y=25\\2x+6y=40\end{array}\right\}\rightarrow\left.\begin{array}{l}x=25-2y\\x=20-3y\end{array}\right\}\rightarrow 25-2y=20-3y\rightarrow y=-5, x=35$

b) $\left.\begin{array}{l}x+2y=3\\-4x+y=6\end{array}\right\}\xrightarrow{\cdot 4}\left.\begin{array}{l}4x+8y=12\\-4x+y=6\end{array}\right\}\rightarrow 9y=18\rightarrow y=2, x=-1$

c) $\left.\begin{array}{l}2x+3y=2\\54x-54-6y-6=-180\end{array}\right\}\rightarrow\left.\begin{array}{l}2x+3y=2\\9x+20=y\end{array}\right\}\rightarrow 2x+3\cdot(9x+20)=2\rightarrow x=-2, y=2$

26. **Escribe un sistema de ecuaciones que sea apropiado para resolverlo por sustitución, y otro, por reducción.**

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Sistema apropiado para resolver por sustitución: $\left.\begin{array}{l}x=5y\\x-3y=-4\end{array}\right\}$

Sistema apropiado para resolver por reducción: $\left.\begin{array}{l}2x+y=7\\x-y=-4\end{array}\right\}$

27. **Expresa como ecuaciones con dos incógnitas.**

a) La suma de dos números es 50.
b) La diferencia de edad de dos hermanos es de 5 años.
c) Un padre tiene el doble de edad que su hijo.
d) Un número supera a otro en 10 unidades.

a) $x+y=50$ siendo x e y los dos números.

b) $x-y=5$ siendo x e y las edades de los dos hermanos.

c) $x=2y$ siendo x la edad del padre e y la edad de su hijo.

d) $x=y+10$ siendo x el número que supera a y en 10 unidades.

28. **Las edades de Leo y su padre suman 40 años. La edad del padre es 7 veces la edad del hijo. Expresa el problema con un sistema de ecuaciones.**

$x =$ edad de Leo $y =$ edad del padre

$$\left.\begin{array}{l} x+y=40 \\ y=7x \end{array}\right\} \rightarrow x+7x=40 \rightarrow 8x=40 \rightarrow x=5, y=35$$

29. **En una reunión, si cada persona come 5 pasteles, sobran 3; pero si comen 6, falta 1. ¿Cuántas personas y pasteles hay?**

$x =$ número de personas $y =$ número de pasteles

$$\left.\begin{array}{l} 5x+3=y \\ 6x-1=y \end{array}\right\} \rightarrow 5x+3=6x-1 \rightarrow x=4, y=23$$

30. **Un hotel tiene, entre dobles e individuales, 120 habitaciones. Si el número de camas es 195, ¿cuántas habitaciones dobles tiene? ¿E individuales?**

$x =$ número de habitaciones individuales $y =$ número de habitaciones dobles

$$\left.\begin{array}{l} x+y=120 \\ x+2y=195 \end{array}\right\} \xrightarrow{\cdot(-1)} \left.\begin{array}{l} -x-y=-120 \\ x+2y=195 \end{array}\right\} \rightarrow y=75, x=45$$

31. **Las edades de un padre y su hija suman 77 años. Dentro de 2 años el padre tendrá el doble de la edad de su hija. ¿Qué edades tienen en la actualidad?**

$x =$ edad del padre $y =$ edad de la hija

$$\left.\begin{array}{l} x+y=77 \\ x+2=2\cdot(y+2) \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y=77 \\ x-2y=2 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x=77-y \\ x-2y=2 \end{array}\right\} \rightarrow 77-y-2y=2 \rightarrow y=25, x=52$$

32. **Un coche y un autobús, situados uno detrás del otro, miden juntos 14 m. El doble de la longitud del coche supera en 1 m la longitud del autobús. ¿Cuánto mide cada uno?**

$x =$ longitud del coche $y =$ longitud del autobús

$$\left.\begin{array}{l} x+y=14 \\ 2x=y+1 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y=14 \\ 2x-y=1 \end{array}\right\} \rightarrow 3x=15 \rightarrow x=5, y=9$$

33. **Tres pantalones y una camiseta cuestan 123 €. Un pantalón del mismo tipo y tres camisetas como las anteriores cuestan 105 €. ¿Cuánto vale una camiseta?**

$x =$ precio de un pantalón $y =$ precio de una camiseta

$$\left.\begin{array}{l} 3x+y=123 \\ x+3y=105 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} 3x+y=123 \\ x=105-3y \end{array}\right\} \rightarrow 3\cdot(105-3y)+y=123 \rightarrow -8y=-192 \rightarrow y=24, x=33$$

ACTIVIDADES FINALES

34. Comprueba si el par de valores $x = -1$, $y = 3$ es solución de alguna de estas ecuaciones.

a) $x + y = 4$
b) $x - y = -4$
c) $-x + 3y = 10$
d) $2x + 5y = 8$

a) $-1+3 \neq 4 \rightarrow$ No es solución.

b) $-1-3=-4 \rightarrow$ Sí es solución.

c) $1+3\cdot 3=10 \rightarrow$ Sí es solución.

d) $-1\cdot 2+5\cdot 3=-2+15\neq 8 \rightarrow$ No es solución.

35. Asocia en tu cuaderno cada ecuación con sus soluciones.

a) $x + y = 10$
b) $3x - y = 2$
c) $7x + 2y = 16$
d) $2x - 3y = 0$
e) $-x + 5y = 3$
f) $-4x + y = 1$

1. $(-1, 5)$
2. $(4, 6)$
3. $(7, 3)$
4. $(0, -2)$
5. $(-7, 17)$
6. $(2, 1)$

a) $x+y=10 \rightarrow (4, 6), (7, 3), (-7, 17)$

b) $3x-y=2 \rightarrow (0, -2)$

c) $7x+2y=16 \rightarrow (2, 1)$

d) Ninguna de las soluciones dadas es válida.

e) $-x+5y=3 \rightarrow (2, 1)$

f) Ninguna de las soluciones dadas es válida.

36. Escribe, en cada caso, una ecuación lineal con dos incógnitas de forma que una de sus soluciones sea el par de valores que se da.

a) $x = 2, y = -1$
b) $x = \frac{1}{2}, y = -5$
c) $x = -3, y = 0$
d) $x = 0, y = 1$
e) $x = \frac{-2}{3}, y = \frac{4}{5}$
f) $x = y = -1$

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $3x+y=5$

b) $4x-y=7$

c) $x+5y=-3$

d) $2x+3y=3$

e) $3x+5y=2$

f) $2x-(y+1)=-2$

37. Halla el valor desconocido para que estos pares de valores sean solución de la ecuación $3x - 2y = 10$.

a) $(a, -5)$
b) $(b, 2)$
c) $(-2, c)$
d) $(d, -14)$

a) $3a+10=10 \rightarrow a=0$

b) $3b-4=10 \rightarrow b=\frac{14}{3}$

c) $-6-2c=10 \rightarrow c=-8$

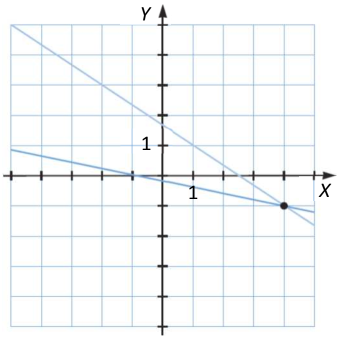
d) $3d+28=10 \rightarrow d=-6$

38. Escribe dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, x e y, de forma que $x = 4$, $y = -1$ sea solución de ambas. Después, representa gráficamente las soluciones de ambas ecuaciones. ¿Qué posición relativa tienen las dos rectas?

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$x + 5y = -1$; $2x + 3y = 5$

Las rectas podrían ser secantes o coincidentes. En el ejemplo las rectas son secantes.



39. Construye una tabla de valores para estas ecuaciones tomando los siguientes valores de x.

$$x = -1 \qquad x = -2 \qquad x = 0 \qquad x = 1 \qquad x = 2$$

Después, representa gráficamente todas las soluciones de estas ecuaciones.

a) $-x + y = 2$

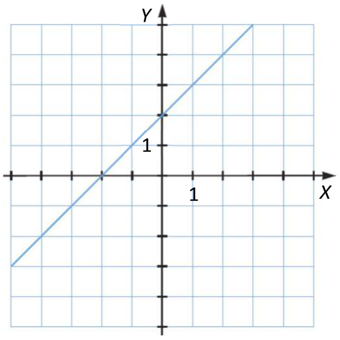
b) $x + y = 3$

c) $y - 3x = 1$

d) $2x = 11 - 4y$

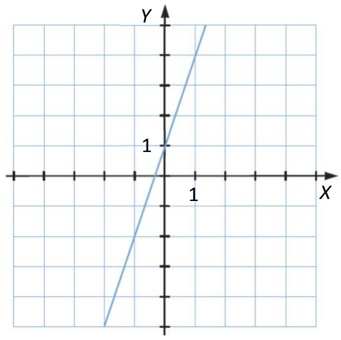
a)

x	−2	−1	0	1	2
y	0	1	2	3	4



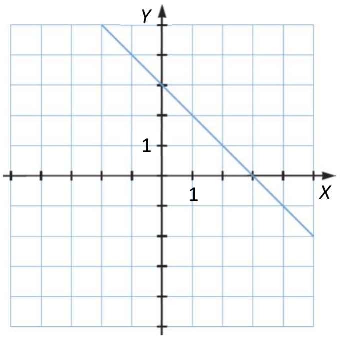
c)

x	−2	−1	0	1	2
y	−5	−2	1	4	7



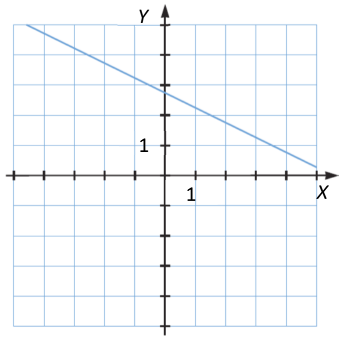
b)

x	−2	−1	0	1	2
y	5	4	3	2	1



d)

x	−2	−1	0	1	2
y	15/4	13/4	11/4	9/4	7/4



40. **Comprueba gráficamente, en cada caso, si los pares de valores dados pueden ser solución de una ecuación lineal con dos incógnitas.**

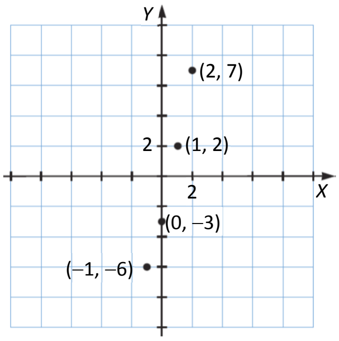
a) (2, 7), (0, −3), (1, 2), (−1, −6)

b) (1, 2), (3, 3), (0, 3), (−5, −1)

c) (0, 0), (3, −1), (9, −3), (6, −2)

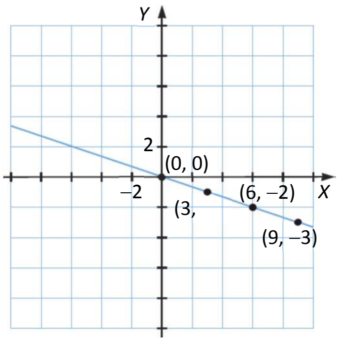
d) (−2, 1), (−7, 3), (8, −3), (3, −1)

a)



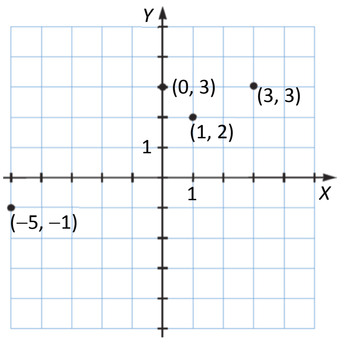
No están alineados.

c)



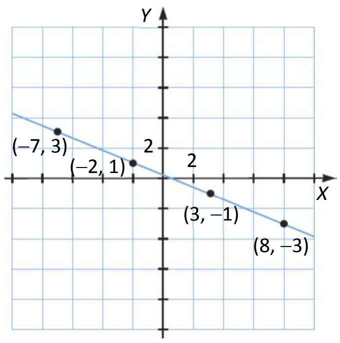
Sí están alineados.

b)



No están alineados.

d)



Sí están alineados.

41. **Escribe cada una de las ecuaciones lineales en la forma $ax + by = c$ e indica para cada una de ellas los coeficientes de x e y, y el término independiente.**

a) $3x - 8 = x + 5y$

b) $-x + 3 = y + 4x$

c) $2(x - y) = 3(y - 2)$

d) $\dfrac{x + 4}{3} = \dfrac{y - 1}{2}$

e) $\dfrac{7x}{4} - 2(x + y) = 5$

a) $2x - 5y = 8 \rightarrow$ Coeficiente de x: 2 Coeficiente de y: −5 Término independiente: 8

b) $5x + y = 3 \rightarrow$ Coeficiente de x: 5 Coeficiente de y: 1 Término independiente: 3

c) $2x - 5y = -6 \rightarrow$ Coeficiente de x: 2 Coeficiente de y: −5 Término independiente: −6

d) $2x - 3y = -11 \rightarrow$ Coeficiente de x: 2 Coeficiente de y: −3 Término independiente: −11

e) $-x - 8y = 20 \rightarrow$ Coeficiente de x: −1 Coeficiente de y: −8 Término independiente: 20

42. Responde razonadamente.

a) ¿Qué ecuación lineal con dos incógnitas tiene por soluciones todos los pares de la forma (a, a)?

b) ¿Qué ecuación lineal tiene por soluciones todos los pares de la forma $(x, 0)$?

c) ¿Y la que tiene por soluciones todos los pares de la forma $(0, y)$?

a) $x - y = 0$ b) $y = 0$ c) $x = 0$

43. Indica qué par de valores es solución del sistema.

$$\left.\begin{array}{r} 3x + 5y = 1 \\ -x + 4y = -6 \end{array}\right\}$$

a) (2, 1) c) (−2, 1)

b) (2, −1) d) (−2, −1)

a) $\left.\begin{array}{l} 3\cdot 2 + 5\cdot 1 = 11 \neq 1 \\ -2 + 4\cdot 1 = 2 \neq -6 \end{array}\right\} \rightarrow$ No es solución.

b) $\left.\begin{array}{l} 3\cdot 2 + 5\cdot(-1) = 1 \\ -2 + 4\cdot(-1) = -6 \end{array}\right\} \rightarrow$ Sí es solución.

c) $\left.\begin{array}{l} 3\cdot(-2) + 5\cdot 1 = -1 \neq 1 \\ 2 + 4\cdot 1 = 6 \neq -6 \end{array}\right\} \rightarrow$ No es solución.

d) $\left.\begin{array}{l} 3\cdot(-2) + 5\cdot(-1) = -11 \neq 1 \\ 2 + 4\cdot(-1) = -2 \neq -6 \end{array}\right\} \rightarrow$ No es solución.

44. Averigua de qué sistema es solución el par de valores (3, −2).

a) $\left.\begin{array}{r} x + y = 1 \\ 2x - y = 8 \end{array}\right\}$ c) $\left.\begin{array}{r} 3x - y = 7 \\ -x + 4y = -11 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} 2x + 3y = 0 \\ x - y = 1 \end{array}\right\}$ d) $\left.\begin{array}{r} x + y = 1 \\ x - y = 5 \end{array}\right\}$

a) $\left.\begin{array}{l} 3 - 2 = 1 \\ 2\cdot 3 + 2 = 8 \end{array}\right\} \rightarrow$ Sí es solución.

c) $\left.\begin{array}{l} 3\cdot 3 + 2 = 11 \neq 7 \\ -3 + 4\cdot(-2) = -11 \end{array}\right\} \rightarrow$ No es solución.

b) $\left.\begin{array}{l} 2\cdot 3 + 3\cdot(-2) = 0 \\ 3 + 2 = 5 \neq 1 \end{array}\right\} \rightarrow$ No es solución.

d) $\left.\begin{array}{l} 3 - 2 = 1 \\ 3 + 2 = 5 \end{array}\right\} \rightarrow$ Sí es solución.

45. Dada la ecuación $x + 3y = 2$, elige entre las siguientes ecuaciones aquella que, junto con la anterior, forme el sistema cuya solución sea (−4, 2).

a) $x - y = 6$ d) $2(y - 1) = x$

b) $-x + y = 6$ e) $1 - x = y + 3$

c) $x + 3y = 0$ f) $3 - (x + y) = 1$

a) $-4 - 2 \neq 6$ c) $-4 + 6 \neq 0$ e) $1 + 4 = 2 + 3$

b) $4 + 2 = 6$ d) $2\cdot(2 - 1) \neq -4$ f) $3 - (-4 + 2) \neq 1$

(−4, 2) es solución de las ecuaciones $-x + y = 6$ y $1 - x = y + 3$, es decir, con ellas se forma un sistema cuya solución sea (−4, 2).

46. **Escribe, en cada caso, un sistema de ecuaciones lineales cuya solución sea la siguiente.**

a) $x = 2, y = -1$ c) $x = \frac{1}{2}, y = -4$

b) $x = -3, y = 3$ d) $x = \frac{2}{3}, y = \frac{-1}{5}$

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $\left.\begin{array}{l} \frac{x}{2} + y = 0 \\ -x + 2y = -4 \end{array}\right\}$

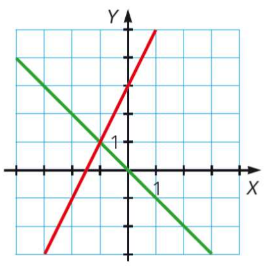
b) $\left.\begin{array}{l} x + y = 0 \\ \frac{x+1}{2} = -y + 2 \end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{l} 4x + \frac{y}{2} = 0 \\ 2x - (y+3) = 2 \end{array}\right\}$

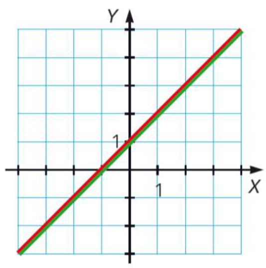
d) $\left.\begin{array}{l} 6x + 5y = 3 \\ x + y = \frac{7}{15} \end{array}\right\}$

47. **Indica qué tipo de sistema de ecuaciones se ha representado.**

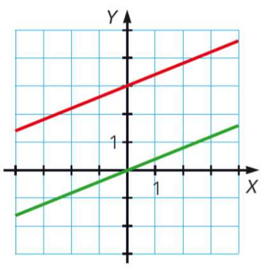
a)



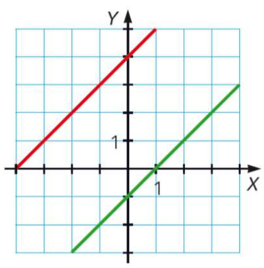
c)



b)



d)



a) Sistema compatible determinado: una solución.
b) Sistema incompatible: sin solución.
c) Sistema compatible indeterminado: infinitas soluciones.
d) Sistema incompatible: sin solución.

48. **Resuelve gráficamente los sistemas de ecuaciones e indica de qué tipo son.**

a) $\left.\begin{aligned} x + y &= 2 \\ 2x - y &= 1 \end{aligned}\right\}$ c) $\left.\begin{aligned} x + 3y &= 5 \\ 3x - 4y &= 2 \end{aligned}\right\}$

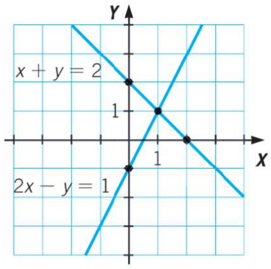
b) $\left.\begin{aligned} 2x + y &= 2 \\ 6x + 3y &= 6 \end{aligned}\right\}$ d) $\left.\begin{aligned} x + 2y &= 4 \\ 2x + 4y &= 5 \end{aligned}\right\}$

a) $x + y = 2$ $2x - y = 1$

x	y
0	2
2	0

x	y
0	-1
1	1

La solución del sistema es $x = 1$, $y = 1$.
El sistema es compatible determinado.

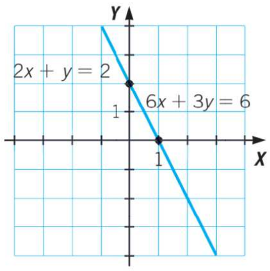


b) $2x + y = 2$ $6x + 3y = 6$

x	y
0	2
1	0

x	y
0	2
1	0

Las dos rectas coinciden.
El sistema es compatible indeterminado: tiene infinitas soluciones.

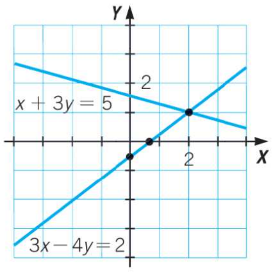


c) $x + 3y = 5$ $3x - 4y = 2$

x	y
2	1
5	0

x	y
0	$-1/2$
$2/3$	0

Las dos rectas se cortan en el punto (2, 1).
El sistema es compatible determinado.

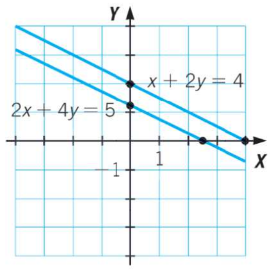


d) $x + 2y = 4$ $2x + 4y = 5$

x	y
0	2
4	0

x	y
0	$5/4$
$5/2$	0

Las dos rectas son paralelas, no se cortan.
El sistema es incompatible.



49. **Halla la solución de cada sistema mediante las tablas de valores de las ecuaciones que lo forman.**

a) $\left.\begin{aligned} x - y &= 1 \\ 2x - y &= 4 \end{aligned}\right\}$ e) $\left.\begin{aligned} 2x + y &= 13 \\ x - y &= 2 \end{aligned}\right\}$

b) $\left.\begin{aligned} x + y &= 2 \\ 2x - 3y &= 9 \end{aligned}\right\}$ f) $\left.\begin{aligned} -x + 2y &= 2 \\ 3x - 4y &= -2 \end{aligned}\right\}$

c) $\left.\begin{aligned} x - 2y &= 1 \\ 2x + y &= 7 \end{aligned}\right\}$ g) $\left.\begin{aligned} 5x - 3y &= 1 \\ 4x + y &= 11 \end{aligned}\right\}$

d) $\left.\begin{aligned} 2x + y &= 7 \\ x - 3y &= 0 \end{aligned}\right\}$ h) $\left.\begin{aligned} 5x + 3y &= 16 \\ 3x - 3y &= 0 \end{aligned}\right\}$

a) Soluciones de $x - y = 1$:

x	0	1	2	**3**
y	-1	0	1	**2**

Soluciones de $2x - y = 4$:

x	0	1	2	**3**
y	-4	-2	0	**2**

La solución del sistema es $x = 3$, $y = 2$.

b) Soluciones de $x + y = 2$:

x	0	1	2	**3**
y	2	1	0	**-1**

Soluciones de $2x - 3y = 9$:

x	0	1	2	**3**
y	-3	$-7/3$	$-5/3$	**-1**

La solución del sistema es $x = 3$, $y = -1$.

c) Soluciones de $x - 2y = 1$:

x	0	1	2	**3**
y	$-1/2$	0	1/2	**1**

Soluciones de $2x + y = 7$:

x	0	1	2	**3**
y	7	5	3	**1**

La solución del sistema es $x = 3$, $y = 1$.

d) Soluciones de $2x + y = 7$:

x	0	1	2	**3**
y	7	5	3	**1**

Soluciones de $x - 3y = 0$:

x	0	1	2	**3**
y	0	1/3	2/3	**1**

La solución del sistema es $x = 3$, $y = 1$.

e) Soluciones de $2x + y = 13$:

x	0	1	2	3	4	**5**
y	13	11	9	7	5	**3**

Soluciones de $x - y = 2$:

x	0	1	2	3	4	**5**
y	-2	-1	0	1	2	**3**

La solución del sistema es $x = 5$, $y = 3$.

f) Soluciones de $-x + 2y = 2$:

x	0	1	**2**
y	1	3/2	**2**

Soluciones de $3x - 4y = -2$:

x	0	1	**2**
y	1/2	5/4	**2**

La solución del sistema es $x = 2$, $y = 2$.

g) Soluciones de $5x - 3y = 1$:

x	0	1	**2**
y	$-1/3$	4/3	**3**

Soluciones de $4x + y = 11$:

x	0	1	**2**
y	11	7	**3**

La solución del sistema es $x = 2$, $y = 3$.

h) Soluciones de $5x + 3y = 16$:

x	0	1	**2**
y	16/3	11/3	**2**

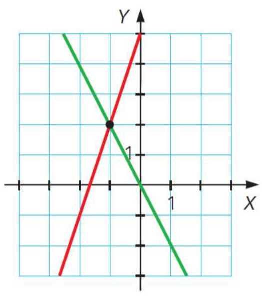
Soluciones de $3x - 3y = 0$:

x	0	1	**2**
y	0	1	**2**

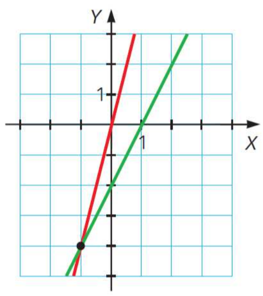
La solución del sistema es $x = 2$, $y = 2$.

50. Determina el sistema de ecuaciones que está representado en cada gráfica y su solución.

a)



b)



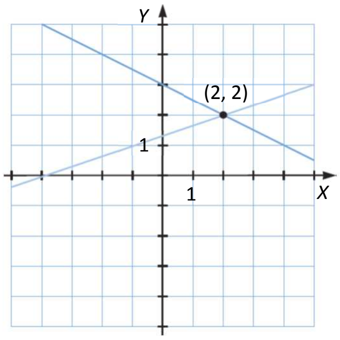
a) $\left.\begin{array}{l} y = -2x \\ y = 3x + 5 \end{array}\right\} \rightarrow x = -1, y = 2$

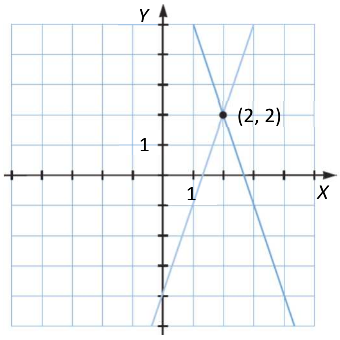
b) $\left.\begin{array}{l} y = 4x \\ y = 2x - 2 \end{array}\right\} \rightarrow x = -1, y = -4$

51. **¿Puede haber varios sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas, con distintas ecuaciones y con la misma solución?**

Haz una representación gráfica que ilustre tu respuesta.

Sí. Por ejemplo:





52. **Resuelve gráficamente estos sistemas.**

a) $\left.\begin{array}{l} x+y=2 \\ x-y=2 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{l} 2x+3y=4 \\ x-2y=2 \end{array}\right\}$

¿Qué puedes afirmar?

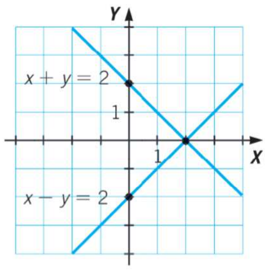
a) $x+y=2$

x	y
0	2
2	0

$x-y=2$

x	y
0	−2
2	0

Solución: (2, 0)



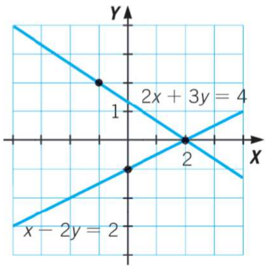
b) $2x+3y=4$

x	y
−1	2
2	0

$x-2y=2$

x	y
0	−1
2	0

Solución: (2, 0)



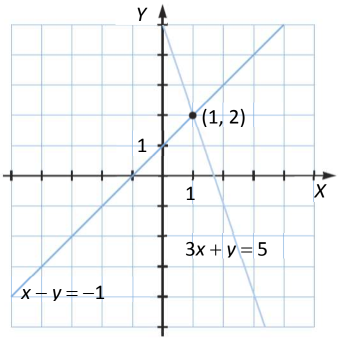
Se podría afirmar que tienen la misma solución: $x=2$, $y=0$
Son sistemas equivalentes.

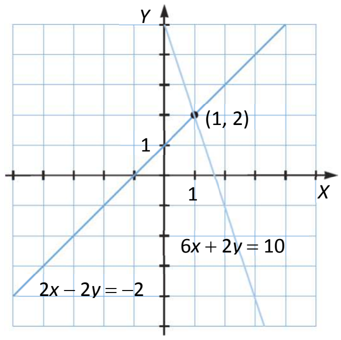
53. **Resuelve gráficamente estos sistemas.**

$\left.\begin{array}{r} \mathbf{3x+y=5} \\ \mathbf{x-y=-1} \end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{r} \mathbf{6x+2y=10} \\ \mathbf{2x-2y=-2} \end{array}\right\}$

a) ¿Tienen la misma solución? ¿Por qué?

b) ¿Podrías escribir otro sistema que tenga la misma solución que estos dos?





a) Sí, tienen la solución común (1, 2), porque las ecuaciones de los dos sistemas son equivalentes.

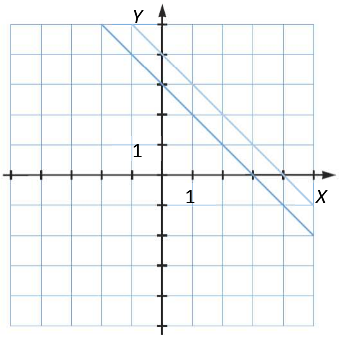
b) Sí, por ejemplo: $\left.\begin{array}{r} -3x - y = -5 \\ 3x - 3y = -3 \end{array}\right\}$

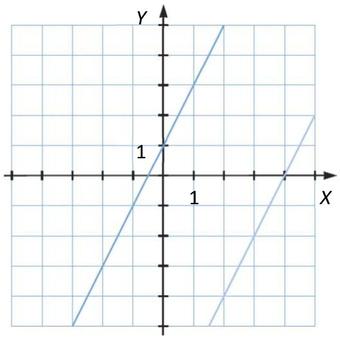
54. **Resuelve gráficamente estos sistemas.**

$\left.\begin{array}{l} \boldsymbol{x + y = 3} \\ \boldsymbol{x + y = 4} \end{array}\right\}$ $\qquad$ $\left.\begin{array}{l} \boldsymbol{2x - y = 8} \\ \boldsymbol{2x - y = -1} \end{array}\right\}$

a) ¿Cuántas soluciones tienen?

b) ¿Podrías escribir otro sistema que tenga el mismo número de soluciones que estos dos?





a) No tienen ninguna solución. Son incompatibles.

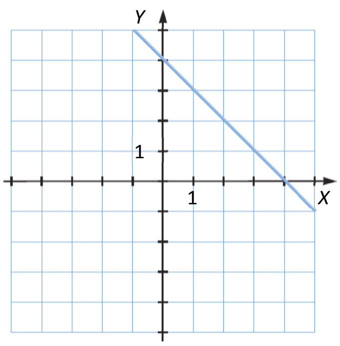
b) Sí, por ejemplo: $\left.\begin{array}{r} 2x + 3y = 5 \\ 2x + 3y = 7 \end{array}\right\}$

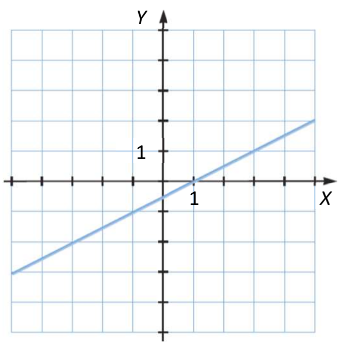
55. **Resuelve gráficamente estos sistemas.**

$\left.\begin{array}{r} \boldsymbol{x + y = 4} \\ \boldsymbol{2x + 2y = 8} \end{array}\right\}$ $\qquad$ $\left.\begin{array}{r} \boldsymbol{x - 2y = 1} \\ \boldsymbol{2x - 4y = 2} \end{array}\right\}$

a) ¿Cuántas soluciones tienen?

b) ¿Podrías escribir otro sistema que tenga el mismo número de soluciones que estos dos?





a) Tienen infinitas soluciones. Son compatibles indeterminados.

b) Sí, por ejemplo: $\left.\begin{array}{l} x+4y=6 \\ 3x+12y=18 \end{array}\right\}$

56. Escribe una ecuación lineal con dos incógnitas que forme un sistema con la ecuación $3x - 2y = 4$, y tenga:

a) Una única solución.

b) Infinitas soluciones.

c) Ninguna solución.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $\left.\begin{array}{l} 3x - 2y = 4 \\ 2x + 3y = 1 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{l} 3x - 2y = 4 \\ 9x - 6y = 12 \end{array}\right\}$ c) $\left.\begin{array}{l} 3x - 2y = 4 \\ 9x - 6y = 4 \end{array}\right\}$

57. Calcula el valor de *a* y *b* en cada caso.

a) $(-1, 2)$ es solución del sistema $\left.\begin{array}{l} ax + y = 5 \\ -x + by = -5 \end{array}\right\}$.

b) $(0, -2)$ es solución del sistema $\left.\begin{array}{l} 3x + ay = 8 \\ -2x - by = -10 \end{array}\right\}$.

c) $(1, 3)$ es solución del sistema $\left.\begin{array}{l} 5x - by = -1 \\ ax + 3y = 13 \end{array}\right\}$.

d) $(2, -1)$ es solución del sistema $\left.\begin{array}{l} ax + 3y = 1 \\ bx + y = 5 \end{array}\right\}$.

a) $\left.\begin{array}{l} -a+2=5 \\ 1+2b=-5 \end{array}\right\} \rightarrow a = b = -3$

c) $\left.\begin{array}{l} 5-3b=-1 \\ a+9=13 \end{array}\right\} \rightarrow a = 4,\ b = 2$

b) $\left.\begin{array}{l} -2a=8 \\ 2b=-10 \end{array}\right\} \rightarrow a = -4,\ b = -5$

d) $\left.\begin{array}{l} 2a-3=1 \\ 2b-1=5 \end{array}\right\} \rightarrow a = 2,\ b = 3$

58. Resuelve por el método de sustitución.

a) $\left.\begin{array}{l} 3x + 5y = 1 \\ x + y = 1 \end{array}\right\}$ c) $\left.\begin{array}{l} 3x + y = 10 \\ 2x - y = 10 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{l} 7x + 8y = 23 \\ 3x + 2y = 7 \end{array}\right\}$ d) $\left.\begin{array}{l} 5x - 3y = 1 \\ 4x + y = 11 \end{array}\right\}$

a) $\left.\begin{array}{l} 3x+5y=1 \\ x=1-y \end{array}\right\} \rightarrow 3\cdot(1-y)+5y=1 \rightarrow 3-3y+5y=1 \rightarrow y=-1, x=2$

b) $\left.\begin{array}{l} 7x+8y=23 \\ x=\dfrac{7-2y}{3} \end{array}\right\} \rightarrow 7\cdot\left(\dfrac{7-2y}{3}\right)+8y=23 \rightarrow 49-14y+24y=69 \rightarrow y=2, x=1$

c) $\left.\begin{array}{l} y=10-3x \\ 2x-y=10 \end{array}\right\} \rightarrow 2x-10+3x=10 \rightarrow x=4, y=-2$

d) $\left.\begin{array}{l} 5x-3y=1 \\ y=11-4x \end{array}\right\} \rightarrow 5x-3\cdot(11-4x)=1 \rightarrow 5x-33+12x=1 \rightarrow x=2, y=3$

59. Corrige los errores cometidos.

$$\left.\begin{array}{l}5x - y = 1\\ 2x - 4y = 22\end{array}\right\} \rightarrow y = 1 - 5x$$

$$2x - 4y = 22 \xrightarrow{y\,=\,1\,-\,5x} 2x - 4(1 - 5x) = 22 \rightarrow 2x - 4 - 20x = 22 \rightarrow -18x = 18 \rightarrow x = \frac{18}{18} = 1$$

$$5x - y = 1 \xrightarrow{x\,=\,1} 5 \cdot 1 - y = 1 \rightarrow y = -4$$

Hay varios errores en la resolución:

$\left.\begin{array}{l}5x - y = 1\\ 2x - 4y = 22\end{array}\right\} \rightarrow y = 1 - 5x$ ⟶ Está mal despejada *y*. Debe ser $y = 5x - 1$

$2x - 4\cdot(1 - 5x) = 22 \rightarrow 2x - 4 - 20x = 22$ ⟶ Está mal el signo de $20x$, debe ser positivo.

$-18x = 18 \rightarrow x = \frac{18}{18} = 1$ ⟶ Está mal despejada *x*. Debe ser $x = \frac{18}{-18} = -1$

$5\cdot 1 - y = 1 \rightarrow y = -4$ ⟶ Está mal despejada *y*. Debe ser $y = 5 - 1 = 4$

La resolución correcta es la siguiente:

$$\left.\begin{array}{l}5x - y = 1\\ 2x - 4y = 22\end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l}5x - 1 = y\\ 2x - 4y = 22\end{array}\right\} \rightarrow 2x - 4\cdot(5x - 1) = 22 \rightarrow 2x - 20x + 4 = 22 \rightarrow -18x = 18 \rightarrow x = -1, y = -6$$

60. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de igualación.

a) $\left.\begin{array}{l}3x + 5y = 1\\ x + y = 1\end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{l}7x + 8y = 23\\ 3x + 2y = 7\end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{l}3x + y = 10\\ 2x - y = 10\end{array}\right\}$

d) $\left.\begin{array}{l}5x - 3y = 1\\ 4x + y = 11\end{array}\right\}$

a) $\left.\begin{array}{l}x = \dfrac{1 - 5y}{3}\\ x = 1 - y\end{array}\right\} \rightarrow \dfrac{1 - 5y}{3} = 1 - y \rightarrow 1 - 5y = 3 - 3y \rightarrow -2 = 2y \rightarrow y = -1, x = 2$

b) $\left.\begin{array}{l}x = \dfrac{23 - 8y}{7}\\ x = \dfrac{7 - 2y}{3}\end{array}\right\} \rightarrow \dfrac{23 - 8y}{7} = \dfrac{7 - 2y}{3} \rightarrow 69 - 24y = 49 - 14y \rightarrow 20 = 10y \rightarrow y = 2, x = 1$

c) $\left.\begin{array}{l}y = 10 - 3x\\ 2x - 10 = y\end{array}\right\} \rightarrow 10 - 3x = 2x - 10 \rightarrow 20 = 5x \rightarrow x = 4, y = -2$

d) $\left.\begin{array}{l}\dfrac{5x - 1}{3} = y\\ y = 11 - 4x\end{array}\right\} \rightarrow \dfrac{5x - 1}{3} = 11 - 4x \rightarrow 5x - 1 = 33 - 12x \rightarrow x = 2, y = 3$

61. Corrige los errores cometidos en la resolución del sistema por el método de igualación.

$$\left.\begin{array}{l}x - y = 7\\ 3x - y = 1\end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l}x = y - 7\\ x = 1 + \dfrac{y}{3}\end{array}\right\}$$

$$y - 7 = 1 + \frac{y}{3} \rightarrow 3(y - 7) = 1 + y \rightarrow 3y - 21 = 1 + y \rightarrow 3y - y = 1 + 21$$

$$\rightarrow 2y = 22 \rightarrow y = \frac{22}{-2} = -11$$

$$x - y = 7 \xrightarrow{x\,=\,-11} x - 11 = 7 \rightarrow x = 7 + 11 = 18$$

Hay varios errores en la resolución:

$\left.\begin{array}{r}x-y=7\\3x-y=1\end{array}\right\}\to\left.\begin{array}{l}x=y-7\\x=1+\dfrac{y}{3}\end{array}\right\}$ → Está mal despejada la x en las dos ecuaciones. Debe ser: $\left.\begin{array}{l}x=7+y\\x=\dfrac{1+y}{3}\end{array}\right\}$

$y-7=1+\dfrac{y}{3}\to 3\cdot(y-7)=1+y$ → Las operaciones están mal resueltas. Debe ser: $y-7=1+\dfrac{y}{3}\to 3\cdot(y-7)=3+y$

$2y=22\to y=\dfrac{22}{-2}=-11$ → Está mal despejada la y. Debe ser: $2y=22\to y=\dfrac{22}{2}=11$

$x-y=7\to x-11=7$ → Se ha sustituido y en vez de x. Debe ser: $x-y=7\to x+11=7\to x=-4$

La resolución correcta es la siguiente:

$$\left.\begin{array}{r}x-y=7\\3x-y=1\end{array}\right\}\to\left.\begin{array}{l}x=y+7\\x=\dfrac{1+y}{3}\end{array}\right\}\to y+7=\frac{1+y}{3}\to 3y+21=1+y\to 2y=-20\to y=-10, x=-3$$

62. Resuelve por el método de reducción.

a) $\left.\begin{array}{r}x+y=5\\x-y=3\end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r}x+2y=0\\2x+4y=6\end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{r}x-5y=6\\4x-3y=1\end{array}\right\}$

d) $\left.\begin{array}{r}x-y=5\\2x-2y=10\end{array}\right\}$

a) $\left.\begin{array}{r}x+y=5\\x-y=3\end{array}\right\}\to 2x=8\to x=4, y=1$

b) $\left.\begin{array}{r}x+2y=0\\2x+4y=6\end{array}\right\}\xrightarrow{\cdot(-2)}\left.\begin{array}{r}-2x-4y=0\\2x+4y=6\end{array}\right\}\to 0\neq 6$ → Sistema incompatible.

c) $\left.\begin{array}{r}x-5y=6\\4x-3y=1\end{array}\right\}\xrightarrow{\cdot(-4)}\left.\begin{array}{r}-4x+20y=-24\\4x-3y=1\end{array}\right\}\to 17y=-23\to y=\dfrac{-23}{17}, x=\dfrac{-13}{17}$

d) Las dos ecuaciones del sistema son equivalentes, por tanto el sistema es compatible indeterminado.

63. Corrige los errores cometidos en la resolución del sistema.

$$\left.\begin{array}{r}2x+y=0\\3x-2y=-4\end{array}\right\}\xrightarrow{\cdot 2}\left.\begin{array}{r}4x+2y=2\\3x-2y=-4\end{array}\right\}$$

$$\begin{array}{rr}&4x+2y=2\\-&3x-2y=-4\\\hline&x\quad=-2\end{array}$$

$$2x+y=0\xrightarrow{x=-2}2\cdot(-2)+y=0$$
$$\to -4+y=0\to y=-4$$

Hay varios errores en la resolución:

$\left.\begin{array}{r}2x+y=0\\3x-2y=-4\end{array}\right\}\xrightarrow{\cdot 2}\left.\begin{array}{r}4x+2y=2\\3x-2y=-4\end{array}\right\}$ → Al multiplicar 0 por 2 no da 2, da 0.

$-\left.\begin{array}{r}4x+2y=2\\3x-2y=-4\end{array}\right\}\to x=-2$ → No se restan, se suman: $\left.\begin{array}{r}4x+2y=2\\3x-2y=-4\end{array}\right\}\to 7x=-2$

$-4+y=0\to y=-4$ Está mal despejada y. Debe ser: $y=4$

La resolución correcta es la siguiente:

$$\left.\begin{aligned}2x+y&=0\\3x-2y&=-4\end{aligned}\right\}\xrightarrow{\cdot 2}\left.\begin{aligned}4x+2y&=0\\3x-2y&=-4\end{aligned}\right\}\to 7x=-4\to x=\frac{-4}{7},y=\frac{8}{7}$$

65. **Dado el sistema** $\left.\begin{aligned}7x-2y&=4\\x+3y&=17\end{aligned}\right\}$ **escribe sistemas equivalentes a él cuyos:**

a) Coeficientes de x sean iguales.

b) Coeficientes de y sean iguales.

c) Términos independientes sean los mismos.

a) Multiplicando la 2.ª ecuación por 7: $\left.\begin{aligned}7x-2y&=4\\7x+21y&=119\end{aligned}\right\}$

b) Multiplicando la 1.ª ecuación por 3 y la 2.ª por -2: $\left.\begin{aligned}21x-6y&=12\\-2x-6y&=-34\end{aligned}\right\}$

c) Multiplicando la 1.ª ecuación por 17 y la 2.ª por 4: $\left.\begin{aligned}119x-34y&=68\\4x+12y&=68\end{aligned}\right\}$

66. **Resuelve por el método más adecuado.**

a) $\left.\begin{aligned}x+3y&=-5+x+2y\\x-2y-3&=3-42y\end{aligned}\right\}$

b) $\left.\begin{aligned}2y+3&=x-2(x-y)\\\frac{2x-y}{3}&=18\end{aligned}\right\}$

c) $\left.\begin{aligned}x+y&=2\\3(x+4)-2(y-2)&=14-x-y\end{aligned}\right\}$

a) $\left.\begin{aligned}y&=-5\\x+40y&=6\end{aligned}\right\}\to x+40\cdot(-5)=6\to x=206, y=-5$

b) $\left.\begin{aligned}x&=-3\\2x-y&=54\end{aligned}\right\}\to 2\cdot(-3)-y=54\to y=-60, x=-3$

c) $\left.\begin{aligned}x+y&=2\\4x-y&=-2\end{aligned}\right\}\to 5x=0\to x=0, y=2$

67. **Resuelve por el método que consideres más adecuado.**

a) $\left.\begin{aligned}-2(x-2)&=y-4\\3y-2x&=0\end{aligned}\right\}$

b) $\left.\begin{aligned}-5(y-2)&=x-2\\x-3y&=-4\end{aligned}\right\}$

c) $\left.\begin{aligned}3(x+y)-x+2y&=15\\2x-(y+8)&=-11\end{aligned}\right\}$

d) $\left.\begin{aligned}3(x+2)-7(x+y)&=5\\5(x+1)-y&=14\end{aligned}\right\}$

a) $\left.\begin{aligned}-2(x-2)&=y-4\\3y-2x&=0\end{aligned}\right\}\to\left.\begin{aligned}-2x+4&=y-4\\3y-2x&=0\end{aligned}\right\}\to\left.\begin{aligned}-2x-y&=-8\\-2x+3y&=0\end{aligned}\right\}$

Restamos la 1.ª ecuación de la 2.ª: $-4y=-8\to y=2$

Y sustituyendo en la 2.ª ecuación: $3\cdot 2-2x=0\to 6=2x\to x=3$

b) $\left.\begin{array}{r}-5(y-2)=x-2\\ x-3y=-4\end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r}-5y+10=x-2\\ x-3y=-4\end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r}-x-5y=-12\\ x-3y=-4\end{array}\right\}$

Sumamos las dos ecuaciones: $-8y=-16 \rightarrow y=2$

Y sustituyendo en la 2.ª ecuación: $x-3\cdot 2=-4 \rightarrow x=-4+6=2$

c) $\left.\begin{array}{r}3(x+y)-x+2y=15\\ 2x-(y+8)=-11\end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r}3x+3y-x+2y=15\\ 2x-y-8=-11\end{array}\right\}$

$\rightarrow \left.\begin{array}{r}2x+5y=15\\ 2x-\ \ y=-3\end{array}\right\}$

Restamos las dos ecuaciones:

$6y=18 \rightarrow y=3$

Y sustituyendo en la 2.ª ecuación:

$2x-3=-3 \rightarrow 2x=0 \rightarrow x=0$

d) $\left.\begin{array}{r}3(x+2)-7(x+y)=5\\ 5(x+1)-y=14\end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r}3x+6-7x-7y=5\\ 5x+5-y=14\end{array}\right\}$

$\left.\begin{array}{r}-4x-7y=-1\\ 5x-\ \ y=9\end{array}\right\} \xrightarrow[\text{sumamos}]{2.^{a}\cdot(-7)} \begin{array}{r}-4x-7y=\ \ -1\\ -35x+7y=-63\\ \hline -39x\qquad=-64\end{array} \rightarrow x=\dfrac{64}{39}$

Y despejando en la 2.ª ecuación:

$5\cdot\dfrac{64}{39}-y=9 \rightarrow \dfrac{320}{39}-9=y \rightarrow y=\dfrac{320-351}{39}=-\dfrac{31}{39}$

68. Resuelve estos sistemas y determina su número de soluciones.

a) $\left.\begin{array}{r}x+\ \ y=2\\ 2x+2y=4\end{array}\right\}$ d) $\left.\begin{array}{r}x-\ \ y=-1\\ 4x-4y=4\end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r}3x-y=5\\ 3x-y=6\end{array}\right\}$ e) $\left.\begin{array}{r}-x+5y=2\\ x-5y=-2\end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{r}4x-3y=5\\ 8x-6y=10\end{array}\right\}$ f) $\left.\begin{array}{r}2x+3y=5\\ 2x+3y=10\end{array}\right\}$

a) Las dos ecuaciones son equivalentes, por tanto, el sistema tiene infinitas soluciones. Estas soluciones son todos los puntos de la recta $x+y=2$.

b) No tiene soluciones, el sistema es incompatible.

c) Las dos ecuaciones son equivalentes, por tanto, el sistema tiene infinitas soluciones. Estas soluciones son todos los puntos de la recta $4x-3y=5$.

d) No tiene soluciones, el sistema es incompatible.

e) Las dos ecuaciones son equivalentes, por tanto, el sistema tiene infinitas soluciones. Estas soluciones son todos los puntos de la recta $x-5y=-2$.

f) No tiene soluciones, el sistema es incompatible.

69. ¿Cuántas soluciones tienen estos sistemas?

a) $\left.\begin{array}{r}2x-y=5\\ x+y=1\end{array}\right\}$ c) $\left.\begin{array}{r}2x+10y=4\\ x+\ \ 5y=4\end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r}3x+4y=8\\ 6x+8y=10\end{array}\right\}$ d) $\left.\begin{array}{r}3x+2y=1\\ x-8y=5\end{array}\right\}$

a) Una solución: $\left.\begin{array}{r}2x-y=5\\x+y=1\end{array}\right\}\to 3x=6\to x=2, y=-1$

b) Ninguna solución, son dos rectas paralelas: $\left.\begin{array}{r}3x+4y=8\\6x+8y=10\end{array}\right\}\to\left.\begin{array}{r}3x+4y=8\\3x+4y=5\end{array}\right\}$

c) Ninguna solución, son dos rectas paralelas: $\left.\begin{array}{r}2x+10y=4\\x+5y=4\end{array}\right\}\to\left.\begin{array}{r}x+5y=2\\x+5y=4\end{array}\right\}$

d) Una solución: $\left.\begin{array}{r}3x+2y=1\\x-8y=5\end{array}\right\}\xrightarrow{\cdot(-3)}\left.\begin{array}{r}3x+2y=1\\-3x+24y=-15\end{array}\right\}\to 26y=-14\to y=\frac{-7}{13}, x=\frac{9}{13}$

71. Resuelve por el método que consideres más adecuado.

a) $\left.\begin{array}{r}\frac{3x}{3}-\frac{2x}{4}=2\\3y+5x=-1\end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{r}\frac{x}{3}-\frac{y}{2}=-1\\\frac{2x}{3}-\frac{y}{4}=7\end{array}\right\}$

a) Despejamos x en la 1.ª ecuación y sustituimos en la 2.ª para calcular el valor de y:

$x-\frac{1}{2}x=\frac{1}{2}x=2\to x=4$

Sustituyendo en la 2.ª ecuación:

$3y+20=-1\to 3y=-21\to y=-7$

b) $\left.\begin{array}{r}\frac{x}{3}-\frac{y}{2}=-1\\\frac{2x}{3}-\frac{y}{4}=7\end{array}\right\}\to\left.\begin{array}{r}6\cdot\frac{x}{3}-6\cdot\frac{y}{2}=-6\\12\cdot\frac{2x}{3}-12\cdot\frac{y}{4}=84\end{array}\right\}$

$\to\left.\begin{array}{r}2x-3y=-6\\8x-3y=84\end{array}\right\}\xrightarrow{\text{restamos}}-6x=-90\to x=15$

Sustituyendo en la 1.ª ecuación:

$\frac{15}{3}-\frac{y}{2}=-1\to-\frac{y}{2}=-1-5=-6\to y=12$

72. Elimina los paréntesis y los denominadores en los siguientes sistemas.

a) $\left.\begin{array}{r}\frac{x}{2}+\frac{y}{2}=0\\\frac{5(x+1)}{7}-\frac{2(y+2)}{3}=-2\end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{r}\frac{3(1-x)}{3}-\frac{(y-1)}{5}-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}\\\frac{5(x+1)+7(2y-1)}{6}=2\end{array}\right\}$

a) Multiplicando la 1.ª ecuación por 2 y la 2.ª por 21:

$\left.\begin{array}{r}x+y=0\\15(x+1)-14(y+2)=-42\end{array}\right\}\to\left.\begin{array}{r}x+y=0\\15x+15-14y-28=-42\end{array}\right\}$

$\to\left.\begin{array}{r}x+\quad y=0\\15x-14y=-29\end{array}\right\}$

b) Multiplicando la 1.ª ecuación por 10 y la 2.ª por 6:

$\left.\begin{array}{r}10(1-x)-2(y-1)-5=15\\5(x+1)+7(2y-1)=12\end{array}\right\}\to\left.\begin{array}{r}10-10x-2y+2-5=15\\5x+5+14y-7=12\end{array}\right\}$

$\to\left.\begin{array}{r}-10x-\quad 2y=8\\5x+14y=14\end{array}\right\}$

73. Resuelve por el método de igualación estos sistemas.

a) $\left.\begin{array}{r}\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}=6\\ x-2y=-4\end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{r}\dfrac{x}{2}-\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{1}{2}\\ \dfrac{2(x-1)}{3}-\dfrac{y+2}{6}=-1\end{array}\right\}$ c) $\left.\begin{array}{r}\dfrac{x}{5}+y=2\\ 2x-3y=7\end{array}\right\}$

a) Quitando denominadores: $\left.\begin{array}{r}3x+2y=36\\ x-2y=-4\end{array}\right\}$

Despejamos y en la 1.ª ecuación: $y=\dfrac{36-3x}{2}$, y en la 2.ª: $y=\dfrac{x+4}{2}$,

e igualamos: $\dfrac{36-3x}{2}=\dfrac{x+4}{2}\rightarrow x=8$. Y sustituyendo: $y=6$

b) Quitando denominadores: $\left.\begin{array}{r}x-y=3\\ 4x-y=0\end{array}\right\}$ Despejamos y en la 1.ª ecuación:

$y=x-3$, y en la 2.ª: $y=4x$, e igualamos: $x-3=4x\rightarrow x=-1,\ y=-4$

c) Quitando denominadores: $\left.\begin{array}{r}x+5y=10\\ 2x-3y=7\end{array}\right\}$

Despejamos x en la 1.ª ecuación: $x=10-5y$, y en la 2.ª: $x=\dfrac{7+3y}{2}$,

e igualamos: $10-5y=\dfrac{7+3y}{2}\rightarrow y=1$. Y sustituyendo: $x=5$

74. Resuelve por el método de reducción los siguientes sistemas.

a) $\left.\begin{array}{r}\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}=6\\ x-2y=-4\end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{r}\dfrac{x}{2}-\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{1}{2}\\ \dfrac{2(x-1)}{3}-\dfrac{y+2}{6}=-1\end{array}\right\}$ c) $\left.\begin{array}{r}\dfrac{x}{5}+y=2\\ 2x-3y=7\end{array}\right\}$

a) Quitamos denominadores: $\left.\begin{array}{r}3x+2y=36\\ x-2y=-4\end{array}\right\}$ Las sumamos: $4x=32$

$\rightarrow x=8$, y sustituyendo en la 2.ª ecuación: $8-2y=-4\rightarrow y=6$

b) Quitamos denominadores: $\left.\begin{array}{r}x-y-2=1\\ 4x-4-y-2=-6\end{array}\right\}\rightarrow\left.\begin{array}{r}x-y=3\\ 4x-y=0\end{array}\right\}$

Las restamos: $-3x=3\rightarrow x=-1$, y sustituyendo en la 1.ª ecuación:
$-1-y=3\rightarrow y=-4$

c) Quitamos denominadores: $\left.\begin{array}{r}x+5y=10\\ 2x-3y=7\end{array}\right\}$

Multiplicamos la 1.ª ecuación por -2: $\left.\begin{array}{r}-2x-10y=-20\\ 2x-3y=7\end{array}\right\}$

Las sumamos: $-13y=-13\rightarrow y=1$, y sustituyendo en la 1.ª ecuación:
$x+5=10\rightarrow x=5$

75. Completa en tu cuaderno los sistemas para que el primero sea compatible, y el segundo, incompatible.

a) $\left.\begin{array}{r}3x-2y=\square\\ \square x+2y=6\end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{r}\square x+2y=3\\ 2x+\square y=\square\end{array}\right\}$

a) Como coeficiente de x vale cualquier valor distinto de -3 y como término independiente cualquiera. Si el coeficiente de x es -3, el término independiente de la 1.ª ecuación tiene que ser -6. Por ejemplo:

$$\left.\begin{array}{r} 3x - 2y = 8 \\ x + 2y = 6 \end{array}\right\}$$

b) $\left.\begin{array}{r} x + 2y = 3 \\ 2x + 4y = -7 \end{array}\right\}$ o $\left.\begin{array}{r} 2x + 2y = 3 \\ 2x + 2y = 5 \end{array}\right\}$ El término independiente de la 2.ª ecuación puede ser cualquier número distinto de 6 en el primer sistema y distinto de 3 en el segundo.

76. Expresa los siguientes enunciados mediante ecuaciones lineales con dos incógnitas.

a) La suma de dos números es 35.

b) El cuádruple de un número menos el doble de otro número es 26.

c) El triple de un número de dos cifras más el doble de las decenas es 102.

d) Al dividir un número entre 15 se obtiene como resto 12.

a) $x + y = 35$

b) $4x - 2y = 26$

c) $3(10x + y) + 2x = 102$ donde x es la cifra de las decenas e y la cifra de las unidades.

d) $x = 15y + 12$ donde x es el dividendo e y es el cociente.

77. Expresa los siguientes problemas mediante ecuaciones lineales con dos incógnitas.

a) La diferencia entre las edades de Juan y Jesús es 12 años.

b) El número total de ruedas de los coches y motos del garaje es 56.

c) Tengo 1,35 € en monedas de 0,20 € y 0,05 €.

d) 3 kg de manzanas y 2 kg de naranjas cuestan 11 €.

e) Con 10,20 € más del dinero que tengo puedo comprar dos juegos para mi consola.

f) El perímetro de un rectángulo es 48 cm.

g) Cinco bocadillos de jamón cuestan lo mismo que ocho de chorizo.

h) En la granja de Fernando hay conejos y palomas; entre patas y cabezas, hay un total de 300.

a) $x - y = 12$

b) $4x + 2y = 56$, donde x es el número de coches e y es el número de motos.

c) $1,35 = 0,20x + 0,05y$, donde x es el número de monedas de 0,20 € e y, es el número de monedas de 0,05 €.

d) $3x + 2y = 11$, donde x es el precio del kg de manzanas e y, el precio del kg de naranjas.

e) $x + 10,20 = 2y$, donde x es el dinero que tengo e y, el precio de un juego.

f) $2x + 2y = 48$, donde x es el largo e y, el ancho del rectángulo.

g) $5x = 8y$, donde x es el precio del bocadillo de jamón e y, el precio del bocadillo de chorizo.

h) $4x + 2y + x + y = 300$, donde x es el número de conejos e y, el de palomas.

78. **Sea *A* la cantidad de dinero que hay que pagar por 6 helados y 4 refrescos, y *B* la cantidad que hay que pagar por 4 helados y 2 refrescos. Escribe en función de *A* y *B* la cantidad de dinero que hay que pagar por:**

a) 10 helados y 6 refrescos.
b) 2 helados y 2 refrescos.
c) 3 helados y 2 refrescos.
d) 5 helados y 3 refrescos.
e) 1 helado y 1 refresco.
f) 8 helados y 4 refrescos.

a) $A+B$ b) $A-B$ c) $\frac{A}{2}$ d) $\frac{A+B}{2}$ e) $\frac{A-B}{2}$ f) $2B$

79. **Halla dos números distintos tales que la suma del triple del primero más el segundo es 14 y la diferencia entre ellos es 2.**

$$\left.\begin{array}{l}3x+y=14\\x-y=2\end{array}\right\}\to 4x=16\to x=4, y=2$$

80. **Halla dos números sabiendo que suman 25 y que la cuarta parte del primero excede en una unidad a la tercera parte del segundo.**

$$\left.\begin{array}{l}x+y=25\\\frac{x}{4}=\frac{y}{3}+1\end{array}\right\}\to\left.\begin{array}{l}x+y=25\\3x=4y+12\end{array}\right\}\to 3\cdot(25-y)=4y+12\to 75-3y=4y+12\to y=9, x=16$$

81. **Cinco botellas de agua y dos de vino cuestan 6,95 €. Tres botellas de agua y cuatro de vino cuestan 11,45 €. Calcula el precio de cada tipo de botella.**

$x=$ precio de la botella de agua $\qquad$ $y=$ precio de la botella de vino

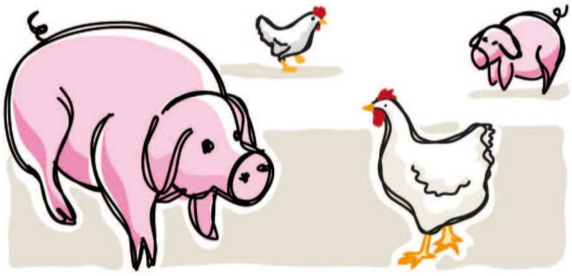
$$\left.\begin{array}{l}5x+2y=6{,}95\\3x+4y=11{,}45\end{array}\right\}\begin{array}{l}\xrightarrow{\cdot(-2)}-10x-4y=-13{,}90\\\qquad 3x+4y=11{,}45\end{array}\left.\right\}\to -7x=-2{,}45\to x=0{,}35\text{ €}, y=2{,}60\text{ €}$$

82. **Carla tiene 14 € entre las 13 monedas que hay en su monedero. Si las monedas son de 2 € y 0,50 €, ¿cuántas hay de cada tipo?**

$x=$ número de monedas de 2 € $\qquad$ $y=$ número de monedas de 0,50 €

$$\left.\begin{array}{l}2x+0{,}5y=14\\x+y=13\end{array}\right\}\begin{array}{l}\qquad 2x+0{,}5y=14\\\xrightarrow{\cdot(-2)}-2x-2y=-26\end{array}\left.\right\}\to -1{,}5y=-12\to y=8, x=5$$

83. **En una granja se crían cerdos y gallinas. En total hay 252 animales y 668 patas. Halla cuántos animales de cada tipo hay en la granja.**



$x =$ número de cerdos $\qquad y =$ número de gallinas

$$\left.\begin{array}{l} 4x + 2y = 668 \\ x + y = 252 \end{array}\right\} \xrightarrow{\cdot(-2)} \left.\begin{array}{l} 4x + 2y = 668 \\ -2x - 2y = -504 \end{array}\right\} \to 2x = 164 \to x = 82, y = 170$$

84. **En un taller arreglan coches y motos. En este momento el número de coches es el triple que el número de motos menos dos, y el número total de ruedas entre coches y motos es 60. Calcula cuántos coches y motos hay en el taller.**

$x =$ número de coches $\qquad y =$ número de motos

$$\left.\begin{array}{l} x = 3\cdot(y-2) \\ 4x + 2y = 60 \end{array}\right\} \to 4\cdot(3y-6) + 2y = 60 \to 12y - 24 + 2y = 60 \to y = 6, x = 12$$

85. **Andrés tiene varios hijos, por eso en su garaje hay un total de 9 vehículos entre bicis y triciclos. Si las ruedas de todos ellos son 24, ¿cuántas bicis y triciclos tiene Andrés en el garaje?**

$x =$ número de bicis $\qquad y =$ número de triciclos

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 9 \\ 2x + 3y = 24 \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l} x = 9 - y \\ 2x + 3y = 24 \end{array}\right\} \to 2\cdot(9-y) + 3y = 24 \to y = 6, x = 3$$

86. **Las edades de Pedro y Luis suman 34 años. Dentro de 16 años Pedro tendrá el doble de edad que Luis. ¿Cuántos años tienen ahora?**

$x =$ edad de Pedro $\qquad y =$ edad de Luis

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 34 \\ x + 16 = 2\cdot(y+16) \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l} x = 34 - y \\ x = 2y + 16 \end{array}\right\} \to 34 - y = 2y + 16 \to y = 6, x = 28$$

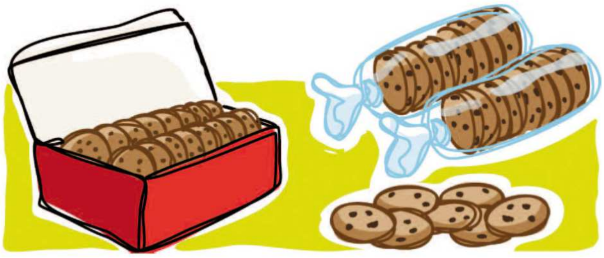
87. **Con los 21 € que Teo tiene ahorrados puede montar 8 veces en los coches eléctricos y comprar 3 bocadillos para él y sus amigos. Calcula lo que vale cada viaje en los coches eléctricos y el precio de un bocadillo, sabiendo que 12 viajes en los coches cuestan lo mismo que 6 bocadillos.**

$x =$ precio de un viaje en coche eléctrico $\qquad y =$ precio de un bocadillo

$$\left.\begin{array}{l} 21 = 8x + 3y \\ 12x = 6y \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l} 21 = 8x + 3y \\ 2x = y \end{array}\right\} \to 21 = 8x + 3\cdot 2x \to 21 = 14x \to x = 1{,}50\text{ €};\ y = 3\text{ €}$$

88. **En una pastelería se empaquetan galletas en cajas y en bolsas. Averigua cuántas galletas hay en cada tipo de envase sabiendo que:**

- Las cajas contienen 50 galletas más que las bolsas.
- Tres bolsas de galletas llenan la mitad de una caja.



x = número de galletas de una caja $\qquad$ y = número de galletas de una bolsa

$$\left.\begin{array}{l} x = 50 + y \\ \dfrac{x}{2} = 3y \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 50 + y \\ x = 6y \end{array}\right\} \rightarrow 50 + y = 6y \rightarrow 50 = 5y \rightarrow y = 10, x = 60$$

89. **Si Ana diese 10 libros a Alicia, ambas tendrían la misma cantidad de libros. Si Ana tuviera 10 libros más, tendría el doble que Alicia. Calcula cuántos libros tiene cada una.**

x = número de libros de Ana $\qquad$ y = número de libros de Alicia

$$\left.\begin{array}{l} x - 10 = 10 + y \\ x + 10 = 2y \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 20 + y \\ x = 2y - 10 \end{array}\right\} \rightarrow 20 + y = 2y - 10 \rightarrow 30 = y \rightarrow y = 30, x = 50$$

90. **Hemos adquirido sellos de 0,26 € y de 0,84 €. En total hemos pagado 5,18 € por 11 sellos. ¿Cuántos sellos son de 0,26 €? ¿Y de 0,84 €?**

Sellos de 0,26 €: x $\qquad$ Sellos de 0,84 €: y

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 11 \\ 0{,}26x + 0{,}84y = 5{,}18 \end{array}\right\} \text{Despejando } x \text{ de la 1.ª ecuación: } x = 11 - y$$

Y sustituyendo en la 2.ª: $2{,}86 - 0{,}26y + 0{,}84y = 5{,}18 \rightarrow y = 4,\ x = 7$

Se han comprado 4 sellos de 0,84 € y 7 sellos de 0,26 €.

91. **Las edades de César y David suman 15 años. Dentro de 6 años César duplicará la edad de David. Halla las edades actuales de César y David.**

x = edad de César $\qquad$ y = edad de David

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 15 \\ x + 6 = 2 \cdot (y + 6) \end{array}\right\} \rightarrow 15 - y + 6 = 2y + 12 \rightarrow 21 - 12 = 3y \rightarrow y = 3, x = 12$$

92. **Halla las dimensiones de un rectángulo, sabiendo que su perímetro mide 40 cm y que la altura mide las tres séptimas partes de la base.**

$x =$ longitud del largo $\qquad$ $y =$ longitud del ancho

$$\left.\begin{array}{l} 2x+2y=40 \\ y=\dfrac{3}{7}x \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y=20 \\ y=\dfrac{3}{7}x \end{array}\right\} \rightarrow x+\dfrac{3}{7}x=20 \rightarrow 7x+3x=140 \rightarrow x=14, y=6$$

93. **El perímetro de un rectángulo es 30 cm. Si se toma un cuadrado cuyo lado mide lo mismo que dos largos y un ancho del rectángulo, el perímetro de este cuadrado es 96. Halla las dimensiones del rectángulo y el lado del cuadrado.**

$x =$ longitud del largo $\qquad$ $y =$ longitud del ancho

$$\left.\begin{array}{l} 2x+2y=30 \\ 4\cdot(2x+y)=96 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y=15 \\ 8x+4y=96 \end{array}\right\} \xrightarrow{\cdot(-4)} \left.\begin{array}{l} -4x-4y=-60 \\ 8x+4y=96 \end{array}\right\} \rightarrow 4x=36 \rightarrow x=9, y=6$$

94. **Una empresa de alquiler de coches ofrece dos modelos, uno de cuatro plazas y otro de cinco. Durante un día, la empresa alquila 10 coches en los que viajan 42 personas, quedando dos plazas sin ocupar. ¿Cuántos coches alquiló de cada tipo?**

Coches de cuatro plazas: x
Coches de cinco plazas: y

$$\left.\begin{array}{r} x+y=10 \\ 4x+5y-2=42 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x+\ \ y=10 \\ 4x+5y=44 \end{array}\right\} \rightarrow y=10-x$$

Sustituyendo en la 2.ª ecuación:

$$4x+5(10-x)=44 \rightarrow 4x+50-5x=44 \rightarrow -x=-6 \rightarrow x=6$$

Y despejando: $y=10-x=10-6=4$

Alquilaron 6 coches de cuatro plazas y 4 coches de cinco plazas.

95. **Luis tiene todas sus monedas iguales y Javier también, pero ambos tienen monedas de distinto valor. Tomando 6 monedas de Luis y 5 de Javier tenemos 3,70 €; en cambio, si Luis coge un número de sus monedas que sea el doble de las que cogió anteriormente Javier y Javier coge un número de sus monedas igual a la mitad de las que cogió Luis, se obtienen 3,50 €. Calcula el valor de las monedas que tiene cada uno.**

$x =$ valor de una de las monedas de Luis $\qquad$ $y =$ valor de una de las monedas de Javier

$$\left.\begin{array}{l} 6x+5y=3{,}70 \\ 10x+3y=3{,}50 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\cdot(-10)} \\ \xrightarrow{\cdot 6} \end{array} \left.\begin{array}{l} -60x-50y=-37 \\ 60x+18y=21 \end{array}\right\} \rightarrow -32y=-16 \rightarrow x=0{,}20\text{ €};\ y=0{,}50\text{ €}$$

96. Averigua cuántos alumnos hay en cada uno de los dos cursos de 3.º de ESO y 4.º de ESO, sabiendo que:

- En 4.º de ESO hay 9 alumnos más que en 3.º de ESO.
- Si de 3.º de ESO se marcharan 5 alumnos, el número de grupos de 6 personas que se podrían hacer sería el mismo que el número de grupos de 7 personas que se podrían hacer en 4.º de ESO si se marcharan 4 alumnos.

x = número de alumnos de 3.º de ESO $\qquad$ y = número de alumnos de 4.º de ESO

$$\left.\begin{array}{l} y = x + 9 \\ \dfrac{x-5}{6} = \dfrac{y-4}{7} \end{array}\right\} \rightarrow \frac{x-5}{6} = \frac{x+9-4}{7} \rightarrow 7x - 35 = 6x + 30 \rightarrow x = 65,\ y = 74$$

97. Juan ha comprado una camisa y un pantalón. Los precios de estas prendas sumaban 60 €, pero le han hecho un 10 % de descuento en la camisa y un 20 % en el pantalón, y paga por ambos 50,15 €. ¿Cuál era el precio sin rebajar de cada prenda?

Precio de la camisa: c $\qquad$ Precio del pantalón: p

$$\left.\begin{array}{r} c + p = 60 \\ c(100\,\% - 10\,\%) + p(100\,\% - 20\,\%) = 50,15 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{r} c + \quad p = 60 \\ 0,9c + 0,8p = 50,15 \end{array}\right\}$$

Despejando en la 1.ª ecuación: $p = 60 - c$, y sustituyendo en la 2.ª:

$$0,9c + 0,8(60 - c) = 50,15 \rightarrow 0,9c + 48 - 0,8c = 50,15$$
$$\rightarrow 0,1c = 2,15 \rightarrow c = 21,50\ €$$

Y despejando: $p = 60 - c = 60 - 21,50 = 38,50\ €$

98. Julia reparte entre sus nietos caramelos. Si da 6 a cada nieto le sobra 1; si da 7 le faltan 4. ¿Cuántos nietos tiene Julia?

x = número total de caramelos

y = número de nietos

$$\left.\begin{array}{l} x = 6y + 1 \\ x = 7y - 4 \end{array}\right\} \rightarrow 6y + 1 = 7y - 4 \rightarrow y = 5, x = 31$$

DEBES SABER HACER

1. Escribe las siguientes ecuaciones en la forma $ax + by = c$ e indica los coeficientes y el término independiente.

a) $x - (y - 6) = 2x + 5y + 3$

b) $-3 \cdot (-x + 3y) + 7y = 2x$

a) $x + 6y = 3$
Coeficiente de x: 1
Coeficiente de y: 6
Término independiente: 3

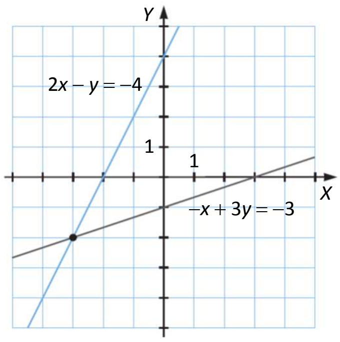
b) $x - 2y = 0$
Coeficiente de x: 1
Coeficiente de y: –2
Término independiente: 0

2. **Resuelve gráficamente estos sistemas y clasifícalos por su número de soluciones.**

a) $\left.\begin{aligned} 2x - y &= -4 \\ -x + 3y &= -3 \end{aligned}\right\}$ c) $\left.\begin{aligned} 2x - y &= 8 \\ 4x - 2y &= 10 \end{aligned}\right\}$

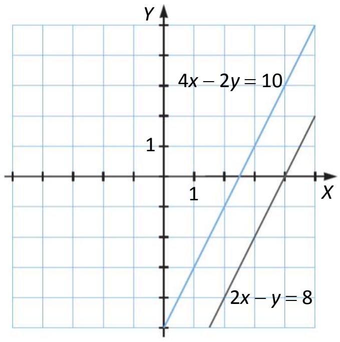
b) $\left.\begin{aligned} x + 3y &= 6 \\ 2x + 6y &= 12 \end{aligned}\right\}$ d) $\left.\begin{aligned} x - 2y &= 0 \\ x + 2y &= 0 \end{aligned}\right\}$

a)



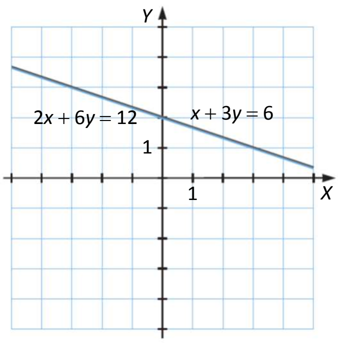
Compatible determinado

c)



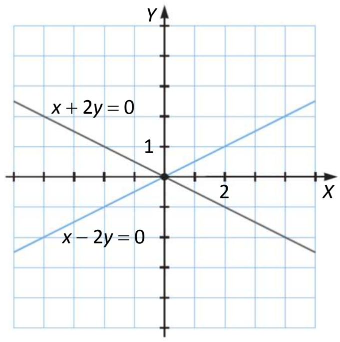
Incompatible

b)



Compatible indeterminado

d)



Compatible determinado

3. **Resuelve los siguientes sistemas, cada uno por un método diferente.**

a) $\left.\begin{aligned} -2x + 5y &= 4 \\ 3x - 5y &= -1 \end{aligned}\right\}$ b) $\left.\begin{aligned} -2x + 3y &= 5 \\ 3x + 2y &= -1 \end{aligned}\right\}$ c) $\left.\begin{aligned} 4x - 3y &= 14 \\ 5x + 2y &= 6 \end{aligned}\right\}$

a) $\left.\begin{aligned} -2x + 5y &= 4 \\ 3x - 5y &= -1 \end{aligned}\right\} \xrightarrow{\text{Reducción}} x = 3,\ y = 2$

b) $\left.\begin{aligned} -2x + 3y &= 5 \\ 3x + 2y &= -1 \end{aligned}\right\} \xrightarrow{\text{Sustitución}} \left.\begin{aligned} y &= \frac{5+2x}{3} \\ 3x + 2y &= -1 \end{aligned}\right\} \to 3x + 2\cdot\frac{5+2x}{3} = -1 \to x = -1, y = 1$

c) $\left.\begin{aligned} 4x - 3y &= 14 \\ 5x + 2y &= 6 \end{aligned}\right\} \to \left.\begin{aligned} x &= \frac{14+3y}{4} \\ x &= \frac{6-2y}{5} \end{aligned}\right\} \xrightarrow{\text{Igualación}} \frac{14+3y}{4} = \frac{6-2y}{5} \to y = -2, x = 2$

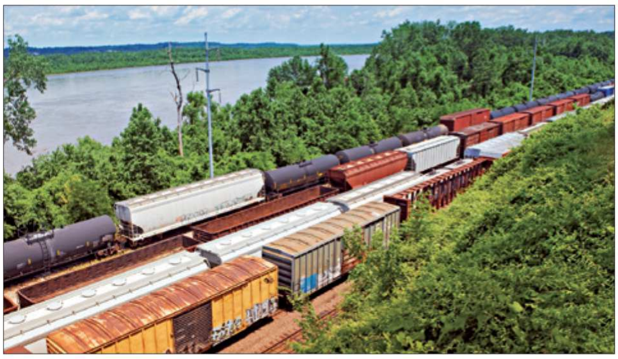
4. **La suma de las edades de Fernando y su padre es 93 años. La edad del padre es 2 veces la edad del hijo. ¿Qué edades tienen ambos?**

x = edad de Fernando y = edad de su padre

$\left.\begin{aligned} x + y &= 93 \\ y &= 2x \end{aligned}\right\} \to \left.\begin{aligned} x + y &= 93 \\ 2x - y &= 0 \end{aligned}\right\} \to 3x = 93 \to x = 31, y = 62$

COMPETENCIA MATEMÁTICA. En la vida cotidiana

99. **Un tren de mercancías es un tren compuesto de una o varias locomotoras de gran potencia y una serie de vagones preparados para transportar diferentes tipos de carga.**



Por las vías españolas circulan trenes de mercancías de hasta 750 m de longitud que pueden arrastrar una carga de 1 230 toneladas, lo que equivale a la carga que pueden transportar 49 camiones de gran tonelaje. Esto supone un gran ahorro económico y una considerable reducción de la emisión de CO_2 a la atmósfera.

Se necesita transportar 560 toneladas de mercancías, para lo cual se van a utilizar contenedores de 40 toneladas y de 60 toneladas.

La locomotora que se va a utilizar solo puede llevar 12 contenedores.

a) ¿Cuántos vagones de cada clase se necesitan?

b) ¿Cuántos se necesitarían si la carga fuese 590 toneladas?

$x =$ número de contenedores de 40 toneladas $y =$ número de contenedores de 60 toneladas

a) $\left.\begin{array}{l} x + y = 12 \\ 40x + 60y = 560 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 12 - y \\ 40x + 60y = 560 \end{array}\right\} \rightarrow 40 \cdot (12 - y) + 60y = 560 \rightarrow y = 4, x = 8$

Esto es, se necesitan 8 contenedores de 40 toneladas y 4 contenedores de 60 toneladas.

b) $\left.\begin{array}{l} x + y = 12 \\ 40x + 60y = 590 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 12 - y \\ 40x + 60y = 590 \end{array}\right\} \rightarrow 40 \cdot (12 - y) + 60y = 590 \rightarrow y = 5,5; x = 6,5$

No es posible llevar 590 toneladas ocupando completamente todos los contenedores.

El número de contenedores que más se ajusta a las 590 toneladas son 6 contenedores de 40 toneladas y 6 contenedores de 60 toneladas.

$6 \cdot 60 + 6 \cdot 40 = 600$ toneladas

FORMAS DE PENSAR. RAZONAMIENTO MATEMÁTICO

100. **Se mezcla pintura de 12 €/ℓ con pintura de 15 €/ℓ, de modo que resultan 50 ℓ de pintura de 13 €/ℓ. ¿Cuántos litros de cada tipo de pintura se han mezclado?**

Pintura de 12 €/ℓ: x

Pintura de 15 €/ℓ: y

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 50 \\ 12x + 15y &= 50 \cdot 13 \end{aligned}\right\}$$ Despejando x de la 1.ª ecuación: $x = 50 - y$

Y sustituyendo en la 2.ª:

$$600 - 12y + 15y = 650 \to y = \frac{50}{3},\ x = \frac{100}{3}$$

Pintura de 12 €/ℓ: $\frac{100}{3}$ litros. Pintura de 15 €/ℓ: $\frac{50}{3}$ litros.

101. **En una fábrica de zumos se mezclan dos tipos de calidades, una de 50 céntimos el litro y otra de 80 céntimos el litro. ¿Cuántos litros de zumo han de mezclarse de cada tipo para obtener 120 litros con un coste total de 85,50 €?**

Zumo de 0,50 €/ℓ: x Zumo de 0,80 €/ℓ: y

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 120 \\ 0{,}50x + 0{,}80y &= 85{,}50 \end{aligned}\right\} \to y = 120 - x$$

Sustituyendo en la 2.ª ecuación:

$$0{,}50x + 0{,}80(120 - x) = 85{,}50 \to 0{,}50x + 96 - 0{,}80x = 85{,}50$$
$$\to -0{,}30x = -10{,}50 \to x = 35$$

Y despejando: $y = 120 - x = 120 - 35 = 85$

Se deben mezclar 35 litros de zumo de 0,50 €/ℓ y 85 litros de zumo de 0,80 €/ℓ.

102. **En un sistema con solución única se multiplican los términos de una ecuación por 3, entonces:**

a) La nueva solución es el triple de la original.

b) La solución es la misma.

c) El nuevo sistema no puede tener solución.

d) Ninguna de las opciones anteriores es cierta.

La respuesta es b). La solución es la misma, ya que si multiplicamos todos los términos de una ecuación por una misma cantidad, la ecuación resultante es equivalente, es decir, tiene las mismas soluciones.

103. **Un número *xy* cumple:**

$$\left.\begin{array}{l} x+y=a \\ x-y=a \end{array}\right\}$$

¿De qué tipo son los números cuyas cifras cumplen esta condición?

Siendo las cifras x e y: $\left.\begin{array}{l} x+y=a \\ x-y=a \end{array}\right\}$

Sumando las ecuaciones: $2x=2a \rightarrow x=a$

Sustituyendo en la 1.ª ecuación: $y=0$

El número puede ser {–90, –80, …, 0, …, 80, 90}.

PRUEBAS PISA

104. **Un hotel ha decidido hacer la siguiente oferta dirigida a empresas que deseen realizar su convención.**

A Marta, encargada de realizar la convención de su empresa, le ha parecido una oferta interesante, pero necesita como mínimo 52 habitaciones individuales para alojar a los invitados de la empresa a la convención. ¿Se puede celebrar la convención en este hotel?

x = número de habitaciones dobles $\qquad$ y = número de habitaciones sencillas

$$\left.\begin{array}{l} x+y=109 \\ 2x+y=176 \end{array}\right\} \xrightarrow{\cdot(-1)} \left.\begin{array}{r} -x-y=-109 \\ 2x+y=176 \end{array}\right\} \rightarrow x=67, y=42$$

Luego no se puede celebrar allí la convención.

105. **Carlos se presenta a una prueba que consta de 50 preguntas.**

Puntuación de la prueba	
Respuesta correcta	3 puntos
Respuesta incorrecta	Se resta 1 punto
Pregunta no contestada	0 puntos

a) ¿Cuál es la mayor puntuación que Carlos puede obtener? ¿Y la menor?

b) ¿Qué puntuación obtiene Carlos si contesta 18 preguntas correctamente y el resto de forma incorrecta?

c) Si la prueba se considera superada a partir de una puntuación superior a 74 puntos, ¿cuántas preguntas debe contestar, como mínimo, para superar la prueba?

d) Si ha dejado 12 preguntas sin contestar y su puntuación final ha sido 78 puntos, ¿cuántas preguntas ha contestado correctamente?

a) La mayor puntuación la obtiene contestando todas correctamente: $3 \cdot 50 = 150$ puntos.

Y la menor, si contesta todas de forma incorrecta: $-1 \cdot 50 = -50$ puntos.

b) Si tiene 18 correctas y el resto incorrectas, la puntuación es de $3 \cdot 18 - 32 = 54 - 32 = 22$ puntos.

c) Como mínimo debe contestar 25 preguntas correctas.

d) $50 - 12 = 38$ preguntas ha respondido

x = número de preguntas correctas $\qquad$ y = número de preguntas incorrectas

$$\left.\begin{matrix} 3x - y = 78 \\ x + y = 38 \end{matrix}\right\} \rightarrow 4x = 116 \rightarrow x = 29, y = 9$$