

Posiciones relativas y distancias

1) Posiciones relativas de dos planos en el espacio

Sean los planos π y π' , dados por su ecuación general:

$$\pi: Ax + By + Cz + D = 0 \qquad \pi': A'x + B'y + C'z + D' = 0$$

El vector normal a π es (A, B, C) y a π' (A', B', C')

Si son proporcionales son paralelos o el mismo.

Para saber si es el mismo, por ejemplo se da un punto que este en el plano π , haciendo por ejemplo $x=0, y=1$ y se calcula z . Se sustituye este punto en el plano π' y si cumple es el mismo, sino son paralelos.

Si no son proporcionales se cortan en una recta, la dada.

2) Posiciones relativas de una recta y un plano en el espacio

Consideramos la recta r , dada por las ecuaciones implícitas, y un plano π , dado por su ecuación general:

$$r: \left. \begin{array}{l} Ax + By + Cz + D = 0 \\ A'x + B'y + C'z + D' = 0 \end{array} \right\} \qquad \pi: A''x + B''y + C''z + D'' = 0$$

Calculamos el vector \vec{u} de la recta (u_1, u_2, u_3)

El vector normal del plano es \vec{v} (A'', B'', C'')

Si los vectores \vec{u} y \vec{v} son perpendiculares o el mismo, el producto escalar tiene que dar 0.

Si da 0 para saber si la recta está contenida en el plano, se sustituye un punto de la recta y se sustituye en el plano, si cumple la ecuación está contenida en el plano.

*Si la recta corta al plano:

Se pone la recta en paramétricas en función de "t" y se sustituye en el plano, con lo cual calculamos "t" y luego (x, y, z) .

3) Posiciones relativas de dos rectas en el espacio

$$r: \left. \begin{array}{l} Ax + By + Cz + D = 0 \\ A'x + B'y + C'z + D' = 0 \end{array} \right\} \text{ y } s: \left. \begin{array}{l} A''x + B''y + C''z + D'' = 0 \\ A'''x + B'''y + C'''z + D''' = 0 \end{array} \right\}$$

Calculamos el vector \vec{u} de la recta $r = (u_1, u_2, u_3)$ y el vector \vec{v} de la recta $s = (v_1, v_2, v_3)$.

Si son proporcionales o son paralelas o la misma.

*Para ver si se cortan o cruzan:

Se pone la recta r en paramétricas en función de "t"

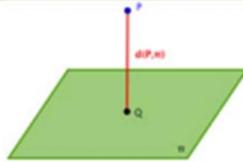
Se pone la recta s en paramétricas en función de "λ"

Hacemos un sistema en función de "t" y "λ", si tiene solución se cortan y sino se cruzan.

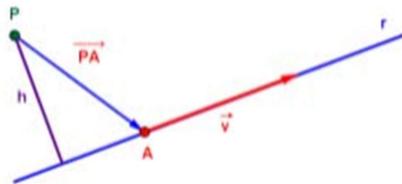
Distancia de un punto a un plano

Sea el punto $P(x_0, y_0, z_0)$ y el plano $\pi: Ax + By + Cz + D = 0$, la distancia de P a π viene dada por la siguiente expresión:

$$d(P, \pi) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

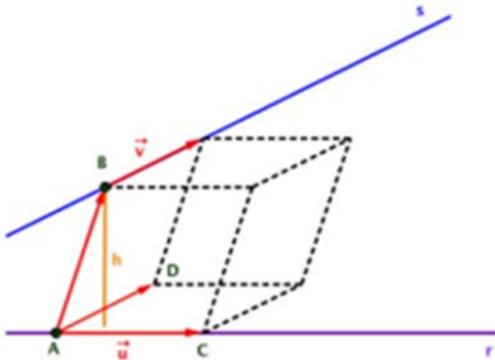


Distancia de un punto a una recta



$$d(P, r) = \frac{|\vec{v} \times \overline{AP}|}{|\vec{v}|}$$

Distancia entre dos rectas que se cruzan



$$d(r, s) = \frac{|\overline{AB}, \vec{u}, \vec{v}|}{|\vec{u} \times \vec{v}|}$$