

Repaso-exa-1ev-1

1)

Problema 1.1.1 (3 puntos) Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$

a) Compruébese que B es la inversa de A .

b) Calcúlese la matriz $(A - 2I)^2$.

c) Calcúlese la matriz X tal que $AX = B$.

Sol:

b)

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

c)

$$\begin{pmatrix} 7 & -4 \\ -12 & 7 \end{pmatrix}$$

2)

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} x & m \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 1 \\ 9 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} -y + 2m + 2 \\ -2x - my + 5 \end{pmatrix}$.

(a) Si $(AB)(2C - D) = E$, plantea un sistema de 2 ecuaciones y 2 incógnitas (representadas por x , y) en función de m .

(b) ¿Para qué valores de m el sistema tiene solución? ¿cuándo es única? Resuelve el sistema si $m = 4$.

Sol:

a)

$$\begin{cases} 3x + y = 2 - m \\ 3x + my = 5 - m \end{cases}$$

b)

$$\text{Si } m \neq 1 \Rightarrow \begin{cases} r(M) = 2 \\ r(M^*) = 2 \\ m = 2 \end{cases} \quad \text{S. Compatible Determinado}$$

$$\text{Si } m = 1 \quad \text{S. Incompatible}$$

$$\underline{m = 4} \quad x = -1, y = -1$$

3)

Problema 22.3.2 (2 puntos) El dueño de una empresa que organiza fiestas infantiles quiere hacer chocolate con leche y dispone para la mezcla de 30 litros de leche y 20 litros de chocolate líquido. Por cada litro de chocolate debe echar como máximo 3 litros de leche, y por cada litro de leche debe echar como máximo 1,6 litros de chocolate. Además, solo dispone de botellas para envasar 45 litros de chocolate con leche. Por cada litro de leche de la mezcla puede obtener un beneficio de 1€ y por cada litro de chocolate un beneficio de 2€. Determine cuántos litros de leche y de chocolate líquido debe mezclar para obtener el máximo beneficio y calcule el beneficio que se obtiene.

Sol:

4)

Problema 22.5.2 (2 puntos) Un almacén de legumbres al por mayor tiene sacos de dos tipos, con capacidad para 5 kg de peso y con capacidad para 10 kg de peso. Sólo tiene 180 sacos de capacidad 10 kg. Debe poner a la venta como mucho 2000 kg de alubias en sacos de ambos tipos. Por cada 3 sacos de 10 kg puede vender como mucho 2 sacos de 5 kg, y como mínimo tiene que poner a la venta 20 sacos de 5 kg y 60 de 10 kg. Por cada saco de 10 kg obtiene un beneficio de 5 € y por cada saco de 5 kg obtiene un beneficio de 2 €. Determine cuántos sacos de cada tipo debe vender para obtener el máximo beneficio y calcule el beneficio que se obtiene.

Sol:

5)

Problema 22.9.2 (2 puntos) La plataforma digital *Plusfix* va a lanzar un nuevo canal de cine y deporte y tiene que elaborar una propuesta piloto de contenidos, teniendo en cuenta que el tiempo dedicado al cine no puede ser mayor que el tiempo dedicado al deporte. La propuesta piloto debe tener una duración entre 600 y 900 minutos, debe tener al menos 200 minutos de cine y como mucho 500 minutos de deporte. Además, con la emisión de la propuesta la plataforma obtiene 15€ de beneficio por cada minuto de emisión de cine y 10€ de beneficio por cada minuto de emisión de deporte. Determine cuántos minutos de cine y cuántos de deporte debe tener la propuesta para obtener el máximo beneficio y obtenga el beneficio que obtiene la plataforma con dicha propuesta.

6)

En determinada compañía se sabe que hay al menos tantos delineantes como arquitectos. Además se sabe que al menos hay 5 delineantes y que el número total de empleados entre los dos grupos es como mucho de 20 personas.

- ¿Cuántos empleados de cada tipo tiene la empresa? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Podría haber 18 delineantes y 15 arquitectos?
- Si cada delineante cobra mensualmente 1500 euros y cada arquitecto 3000 euros, ¿cuántos empleados de cada tipo tiene que haber en la empresa para minimizar el coste total de sus salarios?

7)

Una empresa envasa dos tipos de refresco: normal y *light*. Por cuestiones de la organización de la producción, cada minuto no puede envasar más de 100 botes de refresco normal, ni más de 150 botes de refresco *light*, no pudiendo tampoco envasar más botes de tipo normal que de *light*. Además para que la empresa sea rentable se requiere que al menos se envasen 50 botes cada minuto.

- ¿Cuántos botes de cada tipo puede envasar por minuto dicha empresa? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Podría envasar 40 botes normales y 100 *light* en un minuto?
- Si el beneficio obtenido por cada bote envasado es de 5 céntimos de euro para el refresco normal y 4 céntimos de euro para el *light* y vende todo lo que envasa, ¿cuántos botes de cada tipo debería envasar cada minuto para maximizar su beneficio?

8)

Una fábrica produce dos tipos de bombillas: halógenas y LED. La capacidad máxima diaria de fabricación es de 1000, entre bombillas halógenas y LED, si bien no puede fabricar más de 800 bombillas halógenas, ni más de 600 bombillas LED.

- ¿Cuántas bombillas de cada tipo puede producir en un día? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Podría producir 700 bombillas halógenas y 500 bombillas LED?
- Si cada bombilla halógena le da un beneficio de 2 euros y cada bombilla LED le da un beneficio de 3 euros y la fábrica vende todo lo que produce, ¿cuántas bombillas de cada tipo tiene que producir en un día para maximizar sus beneficios? ¿a cuánto ascienden tales beneficios?